

## Интерпретација резултата геоелектричног сондирања заснована на математичком моделу двослојног тла

Маја Грбић<sup>1</sup>, Драгутин Саламон<sup>2</sup>, Александар Павловић<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Електротехнички институт „Никола Тесла“, Косте Главинића 8а,  
11000 Београд, Србија

[maja.grbic@ieent.org](mailto:maja.grbic@ieent.org), [aleksandar.pavlovic@ieent.org](mailto:aleksandar.pavlovic@ieent.org)

<sup>2</sup> Електротехнички факултет, Универзитет у Београду,  
Булевар краља Александра 73, 11120 Београд, Србија

[salamon@etf.bg.ac.rs](mailto:salamon@etf.bg.ac.rs)

**Кратак садржај:** У раду су приказани резултати испитивања специфичне отпорности тла које је извршено на локацији предвиђеној за изградњу трансформаторске станице 110/35/10 kV „Златибор“. Резултати испитивања показују да је испитивано тло двослојно. Интерпретација резултата геоелектричног сондирања заснована на математичком моделу двослојног тла показује добро слагање са резултатима испитивања.

**Кључне речи:** специфична отпорност тла, интерпретација резултата, двослојно тло.

### 1. Увод

Према захтевима техничке препоруке [1], пре изградње нових постројења напонског нивоа 110 kV или вишег, потребно је извршити испитивање специфичне отпорности тла ( $\rho$ ). Ова вредност представља улазни податак за пројектовање уземљивача постројења. Специфична отпорност тла у које се полаже уземљивач постројења, утврђује се мерењем и интерпретацијом резултата мерења. У хомогеном тлу специфична отпорност се не мења са дубином, док је у нехомогеном тлу довољно посматрати тло као двослојну структуру [1].

У главне факторе који утичу на специфичну отпорност тла спадају: врста тла, садржај влаге и температура. У табели 1 су дате вредности специфичне отпорности тла за различите врсте земљишта [2].

**Табела 1.** Типичне вредности специфичне отпорности тла појединих врста земљишта према [2]

Врста земљишта	$\rho$ [ $\Omega\text{m}$ ]
Глина, иловача	50 – 500
Мешавине глине, песка и шљунка	400 – 2.500
Песак и шљунак	600 – 1.000
Шкриљац, пешчар	100 – 5.000
Стене	2.000 – 100.000

## 2. Поступак одређивања специфичне отпорности тла према захтевима ТП-23

Према [1], за мерење специфичне отпорности тла препоручује се метода *Wenner*-а са једнаким растојањем мерних електрода. *Wenner*-овом методом добија се просечна вредност специфичне отпорности тла на дубини која је приближно једнака растојању између електрода ( $a$ ) [1 - 4]. Ова метода је детаљније описана у наредном поглављу.

За утврђивање вертикалних промена специфичне отпорности тла у дубљим слојевима врши се геоелектрично сондирање. Постепеним повећањем растојања електрода ( $a$ ) повећава се дубина мерног захвата, узимајући при томе да је  $a=1\text{ m}$ ;  $1,5\text{ m}$ ;  $3\text{ m}$ ;  $5\text{ m}$ ;  $10\text{ m}$ ;  $15\text{ m}$ ;  $20\text{ m}$ ;  $30\text{ m}$  и  $50\text{ m}$ . Растојање ( $a$ ) се увећава све док се вредност привидне специфичне отпорности не стабилизује [1].

Број тачака геоелектричног сондирања у зависности од површине коју обухвата уземљивач износи [1]:

- 5 тачака сондирања за површине до  $10.000\text{ m}^2$ ;
- 8 тачака сондирања за површине од  $10.000\text{ m}^2$  до  $40.000\text{ m}^2$ ;
- 10 тачака сондирања за површине веће од  $40.000\text{ m}^2$ .

На основу података добијених геоелектричним сондирањем цртају се криве  $\rho=f(a)$  које дају промену привидне специфичне отпорности по дубини. Интерпретацијом кривих  $\rho=f(a)$  утврђују се следеће вредности:

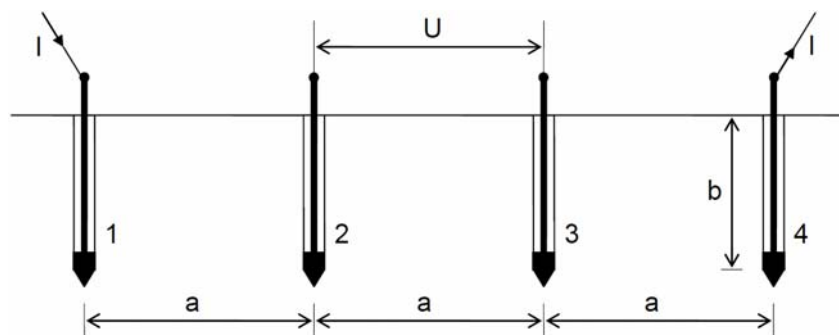
- специфична отпорност непосредно на површини тла,  $\rho_p$  [ $\Omega\text{m}$ ],
- специфична отпорност горњег слоја тла,  $\rho_1$  [ $\Omega\text{m}$ ],
- специфична отпорност доњег слоја тла,  $\rho_2$  [ $\Omega\text{m}$ ] и
- дебљина горњег слоја тла  $H$  [ $\text{m}$ ].

Приликом интерпретације резултата мерења могу се користити директне методе (*Tagg* и др.), методе поређења експерименталних са теоретским кривама, емпиријске методе, као и могуће комбинације наведених метода [1].

Утврђивање вредности специфичне отпорности за прорачун отпорности уземљивача ( $\rho_r$ ) у нехомогеном тлу врши се на основу резултата геоелектричног сондирања [1]. Приликом сондирања при већим растојањима мерних електрода, криве промене привидне специфичне отпорности са дубином,  $\rho=f(a)$ , показују тенденцију ка константним вредностима. Стабилна вредност специфичне отпорности, адекватна за прорачун отпора уземљивача ( $\rho_r$ ) препознаје се по томе што она постаје релативно константна за неколико узастопних мерења при повећању растојања електрода или по томе што после достизања једне оптималне ниске вредности специфичне отпорности почиње да расте са повећањем растојања електрода [1]. Код већег броја сондирања на подручју једног објекта, величина  $\rho_r$  утврђује се као вредност специфичне отпорности која се највише пута, у свим тачкама сондирања, појављује при већим растојањима мерних електрода.

### 3. Мерење привидне специфичне отпорности тла

У циљу мерења привидне специфичне отпорности тла неопходно је пропустити струју кроз земљу, што се може постићи постављањем електрода у земљу. Обично се користи *Wenner*-ов мерни систем са четири електроде, приказан на слици 1. При томе се кроз спољашње електроде (1 и 4) пропушта струја познате јачине, а на унутрашњим електродама (2 и 3) се мери напон [2, 3]. На тај начин се, према Омовом закону, добија електрична отпорност,  $R$ .



Слика 1. *Wenner*-ов мерни систем са четири електроде

Ако су познате вредности дубине укопавања електрода ( $b$ ) и растојања између њих ( $a$ ), тада се на основу измерене отпорности ( $R$ ) може израчунати привидна специфична отпорност тла ( $\rho_m$ ) применом следећег израза [2, 4]:

$$\rho_m = \frac{4 \cdot \pi \cdot a \cdot R}{1 + \frac{2 \cdot a}{\sqrt{a^2 + 4 \cdot b^2}} - \frac{2 \cdot a}{\sqrt{4 \cdot a^2 + 4 \cdot b^2}}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot a \cdot R}{n} \quad (1)$$

при чему  $n$  има вредност између 1 и 2 у зависности од односа  $b/a$ . Са повећањем вредности односа  $b/a$  вредност  $n$  тежи јединици [2]. Уколико је  $a$  много веће од  $b$ , што је у пракси најчешће случај, претходни израз постаје:

$$\rho_m = 2 \cdot \pi \cdot a \cdot R \quad (2)$$

Ако електроде нису распоређене дуж праве линије, нису на једнаком међусобном растојању или им дубина укопавања у земљу није иста, привидна специфична отпорност тла се једноставно може израчунати из израза (1), ако су све димензије познате.

#### 4. Испитивање специфичне отпорности тла на локацији предвиђеној за изградњу ТС „Златибор”

У овом поглављу су приказана испитивања специфичне отпорности тла на локацији предвиђеној за изградњу трансформаторске станице 110/35/10 kV „Златибор”, која су детаљно описана у [5].

##### 4.1. Поступак испитивања и мерна опрема

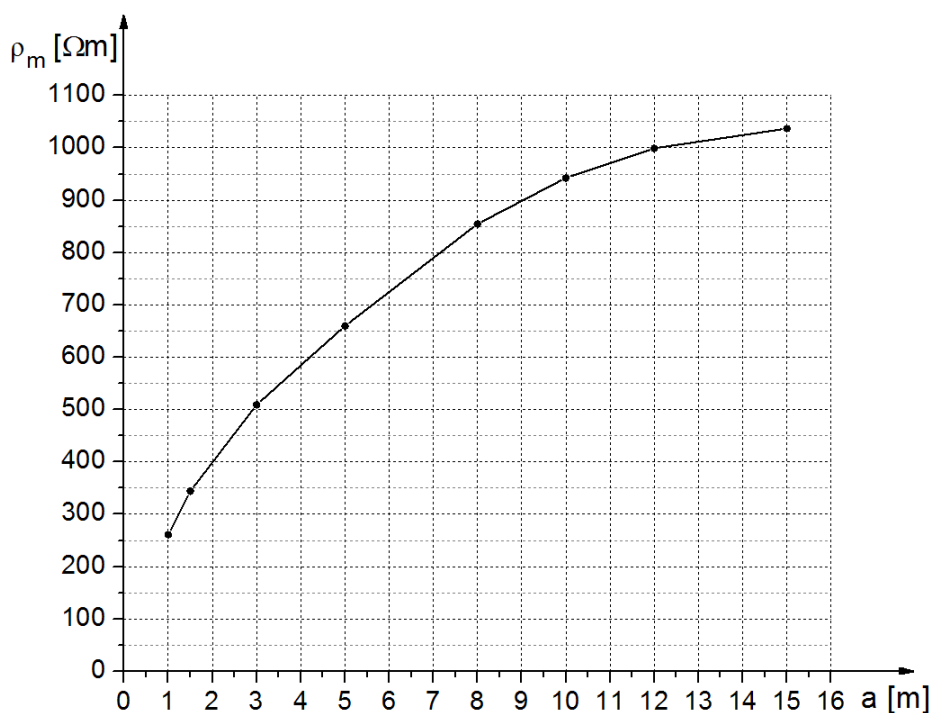
Испитивање специфичне отпорности тла извршено је геоелектричним сондирањем, по методи *Wenner-a*, са симетричним распоредом четири електроде. Геоелектричним сондирањем истраживан је специфични отпор дубљих слојева тла. Растојање између мерних електрода ( $a$ ) је постепено повећавано, чиме се повећавала и дубина мерног захвата.

За мерење је коришћено мерило електричне отпорности уземљења Z 252 V8 произвођача „Siemens”. Уређај кроз спољашње електроде пропушта струју познате јачине, а на унутрашњим електродама мери пад напона, на основу чега израчунава отпорност према Омовом закону. Према резултатима еталонирања, највећа грешка при мерењу отпорности овим уређајем износи 3 %.

## 4.2. Резултати испитивања

У време испитивања специфичног отпора тла на локацији предвиђеној за изградњу трансформаторске станице 110/35/10 kV „Златибор” температура амбијента је била 18°C, а површина тла је била влажна [5]. Површински слој тла чини црвена земља, прекривена ниском травом [5].

Геоелектрично сондирање је спроведено у укупно шест тачака којима је покривена локација целог постројења, при чему је у свакој тачки сондирања испитивање извршено дуж једног мерног правца [5]. Четири мерна правца су постављена паралелно огради, док су пети и шести правац били оријентисани дуж дијагонала будућег постројења. На свим мерним правцима спроведен је исти број мерења, са истим размацама сонди. За сваку измерену вредност отпорности  $R$  [ $\Omega$ ] и растојања сонди  $a$  [m] израчуната је одговарајућа вредност привидне специфичне отпорности тла према изразу (2). У табели 2 и на слици 2 приказане су вредности привидне специфичне отпорности  $\rho_m$  добијене као аритметичка средина резултата за свих шест тачака сондирања при истим растојањима између електрода.



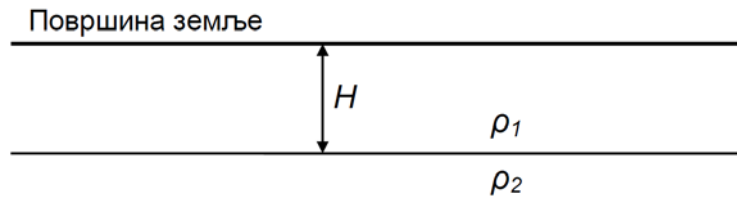
Слика 2. Резултати геоелектричног сондирања

Табела 2. Резултати геоелектричног сондирања

$a$ [m]	$R$ [ $\Omega$ ]	$\rho_m$ [ $\Omega\text{m}$ ]
1	41,50	260,75
1,5	36,50	344,00
3	27,00	508,94
5	21,00	659,73
8	17,00	854,51
10	15,00	942,48
12	13,25	999,03
15	11,00	1036,73

## 5. Интерпретација резултата геоелектричног сондирања

Приликом интерпретације пошло се од претпоставке да је испитивано тло могуће моделовати математичким моделом двослојног тла (слика 3).



Слика 3. Двослојно тло

Теоријска функција којом је одређена општа зависност специфичне отпорности  $\rho_t$  од специфичних отпорности горњег слоја тла ( $\rho_1$ ), дебљине горњег слоја тла ( $H$ ), коефицијента рефлексије ( $k$ ) и растојања мерних електрода ( $a$ ) је дефинисана изразом [2]:

$$\rho_t = \rho_1 \cdot \left\{ 1 + 4 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{k^n}{\sqrt{1 + \left(2 \cdot n \cdot \frac{H}{a}\right)^2}} - \frac{k^n}{\sqrt{4 + \left(2 \cdot n \cdot \frac{H}{a}\right)^2}} \right) \right\} \quad (3)$$

Коефицијент рефлексије ( $k$ ) је дат следећим изразом:

$$k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad (4)$$

Из дефиниције коефицијента рефлексije ( $k$ ) следи:

$$\rho_2 = \rho_1 \cdot \frac{1+k}{1-k} \quad (5)$$

Интерпретација резултата врши се методом *Tagg*-а, при чему се као улазни подаци користе резултати добијени геоелектричним сондирањем. Као резултат интерпретације добијају се параметри математичког модела двослојног тла:  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ , и  $H$ .

Прорачун вредности параметара математичког модела двослојног тла је спроведен рачунарским програмом који је описан у [6]. Програм израчунава параметре математичког модела двослојног тла минимизацијом суме квадратних одступања теоријских вредности привидне специфичне отпорности добијених интерпретацијом ( $\rho_t$ ) и вредности добијених геоелектричним сондирањем ( $\rho_m$ ).

## 6. Поређење резултата привидне специфичне отпорности тла добијених интерпретацијом и геоелектричним сондирањем

У овом поглављу дат је упоредни приказ вредности привидне специфичне отпорности тла добијених геоелектричним сондирањем ( $\rho_m$ ) и интерпретацијом помоћу поменутог програма ( $\rho_t$ ).

Параметри математичког модела двослојног тла добијени интерпретацијом помоћу рачунарског програма дати су у табели 3.

**Табела 3.** Параметри математичког модела двослојног тла добијени интерпретацијом

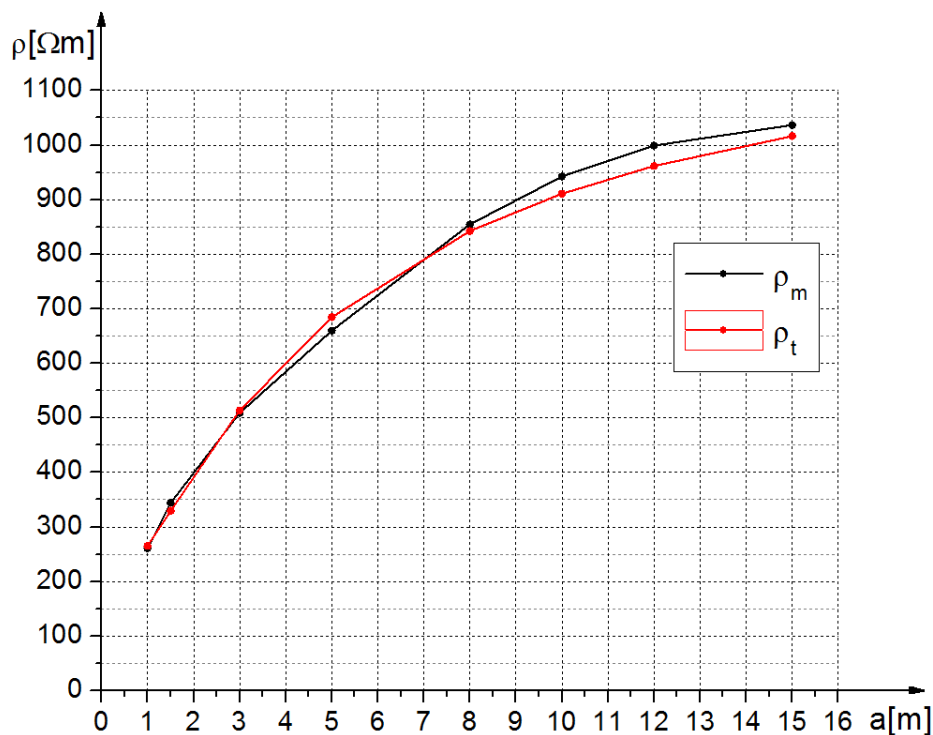
Специфична отпорност горњег слоја, $\rho_1$ [ $\Omega\text{m}$ ]	211,18
Специфична отпорност доњег слоја, $\rho_2$ [ $\Omega\text{m}$ ]	1196,7
Дубина горњег слоја, $H$ [m]	1,1
Коефицијент рефлексije, $k$	0,7

Када се у израз (3) уврсте израчунате вредности параметара модела двослојног тла добија се:

$$\rho_t = 211,18 \cdot \left\{ 1 + 4 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{0,7^n}{\sqrt{1 + \left(2 \cdot n \cdot \frac{1,1}{a}\right)^2}} - \frac{0,7^n}{\sqrt{4 + \left(2 \cdot n \cdot \frac{1,1}{a}\right)^2}} \right) \right\} \quad (6)$$

Када се на основу израза (6) израчунају вредности привидне специфичне отпорности тла за различита растојања  $a$ , добијају се вредности  $\rho_t$  приказане у табели 4. Вредности  $\rho_t$  су у табели 4 и на слици 4 приказане упоредо са резултатима привидне специфичне отпорности тла добијеним геоелектричним сондирањем ( $\rho_m$ ). Вредности релативне грешке дате у табели 4, израчунате су применом следећег израза:

$$\delta(\%) = \frac{\rho_t - \rho_m}{\rho_m} \cdot 100 \% \quad (7)$$



Слика 4. Упоредни приказ резултата добијених мерењем и интерпретацијом



**Табела 4.** Упоредни приказ резултата добијених мерењем и интерпретацијом

$a$ [m]	$\rho_m$ [ $\Omega\text{m}$ ]	$\rho_t$ [ $\Omega\text{m}$ ]	$\delta$ [%]
1	260,75	265,2	1,71
1,5	344,00	329,4	-4,24
3	508,94	513,7	0,94
5	659,73	684,5	3,75
8	854,51	842,4	-1,42
10	942,48	910,8	-3,36
12	999,03	961,6	-3,75
15	1036,73	1016,3	-1,97

Приказани резултати показују добро слагање вредности привидне специфичне отпорности тла које су добијене геоелектричним сондирањем ( $\rho_m$ ) и интерпретацијом ( $\rho_t$ ). Слагање резултата је очекивано јер је анализирано тло двослојно. У случају када би се описани модел применио на вишеслојно тло јавила би се већа одступања резултата него што је то овде приказано.

## 7. Закључак

У раду су анализирани резултати испитивања специфичне отпорности тла које је извршено на локацији предвиђеној за изградњу трансформаторске станице 110/35/10 kV „Златибор“. Резултати добијени геоелектричним сондирањем показују да је испитивано тло двослојно. Модел двослојног тла, на коме је заснован програм за интерпретацију резултата, применљив је у датом случају, што има за последицу добро слагање резултата.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Техничка препорука ТП-23, Здружена електропривреда, Београд, 27.01.1982.
- [2] G. F. Tagg, *Earth Resistances*, London, 1964.
- [3] Јован Нахман, Драгутин Саламон, „Рачунарска интерпретација резултата мерења специфичне електричне отпорности тла *Wenner*-овом методом“, 21. Саветовање *JUKO CIGRE*, Врњачка Бања, 1993. година.

- [4] ANSI / IEEE Std 81-1983, IEEE Guide for Measuring Earth Resistivity, Ground Impedance, and Earth Surface Potentials of a Ground System, New York, USA.
- [5] Извештај Електротехничког института „Никола Тесла” бр. 340234: „Мерење специфичног отпора на локацији будуће ТС 110/35/10 kV Златибор”, 2002. година.
- [6] Маја Грбић: „Интерпретација резултата геоелектричног сондирања заснована на математичком моделу двослојног тла”, Семинарски рад, Електротехнички факултет, Универзитет у Београду, 2013. година.

**Abstract:** This paper presents the soil resistivity testing results carried out at the location designated for the construction of substation 110/35/10 kV "Zlatibor". Testing results show that the tested soil is double-layered. Interpretation of the results of geoelectric sounding based on a mathematical model of double-layered soil shows good matching with the test results.

**Key words:** soil resistivity, interpretation of measured results, double-layered ground.

## **Interpretation of the Results of Geoelectric Sounding Based on a Mathematical Model of Double-layered Soil**

Рад примљен у уредништво 27.9.2013. године  
Рад прихваћен 4.11.2013. године