

Analički pristup merenju gubitaka u gvođu

Nenad Petrović¹, Dragan Kovačević², Vladimir Vujičić³, i
Slobodan Milovančev⁴

¹ Elektrotehnička škola "Stari grad", Visokog Stevana 37,
11000 Beograd, Srbija
nploewenstein@gmail.com

² Elektrotehnički institut "Nikola Tesla", Koste Glavinića 8a,
11000 Beograd, Srbija
dkovac@ieent.org

³ Fakultet tehničkih nauka, Trg D. Obradovića 6,
21000 Novi Sad, Srbija
vujičicv@uns.ac.rs

⁴ Fakultet tehničkih nauka, Trg D. Obradovića 6,
21000 Novi Sad, Srbija
batamilo@uns.ac.rs

Kratak sadržaj: Rad demonstrira primenu novog interpolacionog postupka modelovanja histerezisnih krivih za izračunavanje površine zatvorene petlje dinamičkog histerezisa obradama nad 5 serija eksperimentalno snimljenih podataka za monofazni transformator pri mrežnoj frekvenciji. Interpolacioni postupak je realizovan novim algoritmom za neekvidistantnu interpolaciju koji interpolacione polinome histerezisnih krivih i osnovne krive magnećenja generiše u razvijenom obliku. U radu je predstavljen i postupak određivanja vrednosti stepena interpolacionog polinoma kojim se postiže egzaktna aproksimacija histerezisnih krivih za slučaj prostoperiodičnog fluksa u jezgru transformatora primenom stohastičkog procesora ortogonalnih transformacija sa implementiranom metodom stohastičke adicione A/D konverzije kojom se poništava sistematska greška kvantizacije.

Ključne reči: petlja dinamičkog histerezisa, interpolacioni polinom, algoritam za neekvidistantnu interpolaciju, histerezisna kriva, stohastički procesor ortogonalnih transformacija

1. Uvod

Postupci analitičkog modelovanja histerezisa mogu se klasifikovati prema nivou sa kog se pristupa opisivanju pojave na [4]:

1) mikroskopske koje opisuju fenomen na subatomske nivou (Ising-ov model, Landau-Lifshitz-ove jednačine). Ovi modeli daju precizne rezultate uz fizičko tumačenje fenomena ali su vrlo zahtevni u pogledu numeričkih izračunavanja što za posledicu ima znatan utrošak vremena i ograničava njihovu primenu u simulacijama.

2) mezoskopske koje fenomen tretiraju manjim brojem parametara čije se vrednosti odnose na određena fizička svojstva materijala (Jiles-Atherton model, Hauser model, Preisach model, Chua model kao i neural network modeli). Ovo su modeli kojima se postiže kompromis između numeričke efikasnosti i zadovoljavajućeg praćenja fizike fenomena.

3) makroskopske čiji je cilj da eksperimentalno dobijene konkretne krive histereze što bolje aproksimiraju matematičkim funkcijama. Generisana funkcija treba da što preciznije aproksimira histerezisnu krivu i da bude što jednostavnija za numeričko izračunavanje.

U osnovi formiranja mezoskopskih modela nalazi se Weiss-ova korekcija Langevin-ove funkcije kojom se modeluje zavisnost gustine magnetnog momenta M_{an} u feromagnetnom materijalu u funkciji jačine magnetnog polja H bez uticaja fenomena histereze (anhysteretic curve) [1-4]:

$$M_{an} = M_s \left(\coth \frac{H + \alpha M_{an}}{a} - \frac{a}{H + \alpha M_{an}} \right) \cdot \quad (1.1)$$

Budući implicitna i pri tom prekidna u nuli, izuzetno je numerički zahtevna prilikom izračunavanja parova vrednosti magnetne indukcije B u funkciji jačine magnetnog polja H pri kreiranju osnovne krive magnećenja. Međutim, obuhvatanje fenomena histereze pri modelovanju krive histereze postavlja još veće zahteve pred numeričku obradu [4]. Naime, zavisnost M od H kojom se modeluje histerezisna kriva po referentnom Jiles-Atherton-ovom modelu [1], opisana je diferencijalnom jednačinom:

$$\frac{dM}{dH} = (1-c) \frac{M_{an} - M}{k\delta(1-c) - \alpha(M_{an} - M)} + c \frac{dM_{an}}{dH} \cdot \quad (1.2)$$

I samo određivanje 5 parametara M_s , α , a , k i c koji figurišu u izrazima (1.1) i (1.2) na osnovu eksperimentalno dobijenih podataka iziskuje zahtevne i komplikovane procedure [1-4].

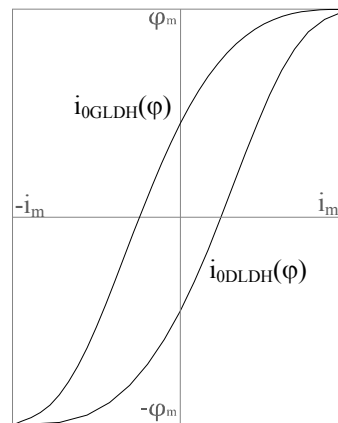
Stoga eksplicitan oblik i jednostavnost pri numeričkim manipulacijama čine interpolacioni polinom atraktivnim sa makroskopskog stanovišta modelovanja krivih histereze i osnovne krive magnećenja. No da bi interpolacioni polinom dobro aproksimirao histerezisnu krivu i izvan interpolacionih čvorova, moraju biti zadovoljeni sledeći zahtevi: 1) algoritam i program za neekvidistantnu interpolaciju koji generiše interpolacioni polinom bez ograničenja u pogledu broja interpolacionih čvorova; 2) postupak izbora vrednosti interpolacionih čvorova na zadatom intervalu koji obezbeđuje sigurnu i kvalitetnu konvergenciju vrednosti interpolacionog polinoma

vrednostima histerezisnih krivih i 3) visoka tačnost odbiraka za interpolacione čvorove. Cilj ovog rada je realizacija modelovanja histerezisnih krivih i osnovne krive magnećenja interpolacionim polinomom uz ispunjavanje postavljenih zahteva kvalitetne aproksimacije kroz primenu: 1) novog algoritma za neekvidistantnu interpolaciju razvijenog i programski realizovanog od strane autora; 2) Čebiševljevog postupka izbora vrednosti interpolacionih čvorova [5-7] i 3) eliminacije sistematske greške kvantizacije A/D konverzije primenom metode stohastičke adicione A/D konverzije (SAADK) u sistemu za formiranje odbiraka [12-15]. Histerezisne krive, aproksimirane interpolacionim polinomima prema izloženom postupku, biće osnova analitičkog pristupa merenju gubitaka u gvožđu monofaznog transformatora pri mrežnoj frekvenciji 50Hz.

2. Analitički pristup merenju gubitaka u gvožđu primenom interpolacionog polinoma

Analitički pristup merenju gubitaka u gvožđu (P_{Fe}) putem izračunavanja površine petlje dinamičkog histerezisa (sl.1) matematički se iskazuje u formi određenog integrala

$$P_{Fe} = Nf \int_{-\varphi_m}^{\varphi_m} (i_{0DLDH}(\varphi) - i_{0GLDH}(\varphi)) d\varphi \begin{cases} N - \text{broj navojaka kroz koje protičr struja pr. hoda } i_0 \\ f - \text{mrežna frekvencija} \end{cases} \quad (2.1)$$



Slika 1. Zatvorena petlja dinamičkog histerezisa

Primenom programa za neekvidistantnu interpolaciju nad dva skupa od po $n+1$ odbiraka φ_i, i_{0i} , krive dinamičkog histerezisa $i_{0DLDH}(\varphi)$ biće izražena u obliku polinoma stepena n :

$$i_{0DLDH}(\varphi) \sim \sum_{k=0}^n d_k \varphi^{n-k} = d_0 \varphi^n + d_1 \varphi^{n-1} + \dots + d_{n-1} \varphi + d_n \quad (2.2)$$

Budući da su krive dinamičkog histerezisa $i_{0DLDH}(\varphi)$ i $i_{0GLDH}(\varphi)$ centralno simetrične u odnosu na koordinatni početak, to važi

$$i_{0GLDH}(\varphi) = -i_{0DLDH}(-\varphi) = \left((-1)^{n+1} d_0(\varphi)^n + (-1)^n d_1(\varphi)^{n-1} + \dots + (-1)^2 d_{n-1}(\varphi)^1 + (-1)^1 d_n \right) \quad (2.3)$$

Uvrštavanjem (2.2) i (2.3) u (2.1), nakon integracije se dobija

$$P_{Fe} = Nf \sum_{k=0}^n (1 - (-1)^{n+1-k}) \cdot \frac{d_k \cdot (2\varphi_m)^{n+1-k}}{n+1-k} \quad (2.4)$$

Očigledno je da će svi članovi sa parnim vrednostima $n+1-k$ biti anulirani što dodatno pojednostavljuje i ubrzava numerički postupak.

3. Algoritam za neekvidistantnu interpolaciju

Algoritam za neekvidistantnu interpolaciju zasniva se na Lagrange-ovom razvoju. Za dva skupa od po $n+1$ odbiraka x_i i y_i interpolacioni polinom stepena n je zbir $n+1$ Lagrange-ovih polinoma stepena n [5]:

$$\begin{aligned} y(x) = & y_1 \frac{(x-x_2) \cdot \dots \cdot (x-x_i) \cdot \dots \cdot (x-x_{n+1})}{(x_1-x_2) \cdot \dots \cdot (x_1-x_i) \cdot \dots \cdot (x_1-x_{n+1})} + \dots \\ & + y_i \frac{(x-x_1) \cdot \dots \cdot (x-x_{i-1}) \cdot (x-x_{i+1}) \cdot \dots \cdot (x-x_{n+1})}{(x_i-x_2) \cdot \dots \cdot (x_i-x_{i-1}) \cdot (x_i-x_{i+1}) \cdot \dots \cdot (x_i-x_{n+1})} + \dots \\ & + y_{n+1} \frac{(x-x_1) \cdot \dots \cdot (x-x_i) \cdot \dots \cdot (x-x_n)}{(x_{n+1}-x_2) \cdot \dots \cdot (x_{n+1}-x_i) \cdot \dots \cdot (x_{n+1}-x_n)} \quad (3.1) \end{aligned}$$

Ako se numerička vrednosti m -tog imenioca označi sa $imenilac_m$, m -ti Lagrange-ov polinom u faktorizovanom obliku biće predstavljen izrazom

$$\frac{y_m}{imenilac_m} (x-x_1) \cdot \dots \cdot (x-x_{m-1}) \cdot (x-x_{m+1}) \cdot \dots \cdot (x-x_{n+1}) \quad (3.2)$$

Množenjem se iz faktorizovanog (3.2), m -ti Lagrange-ov polinom transformiše u razvijeni oblik

$$k_{0,m} \cdot x^{n-0} + k_{1,m} \cdot x^{n-1} + \dots + k_{i,m} \cdot x^{n-i} + \dots + k_{n,m} \cdot x^{n-n} \quad (3.3)$$

Na taj način se dolazi do postupka za numeričko generisanje koeficijenata m -tog Lagrange-ovog polinoma:

$$\begin{aligned}
k_{0,m} &= 1 \cdot \frac{y_m}{\text{imenilac}_m} , \\
k_{1,m} &= (-1)^1 \cdot (x_1 + \dots + x_{m-1} + x_{m+1} + \dots + x_{n+1}) \frac{y_m}{\text{imenilac}_m} , \\
k_{2,m} &= (-1)^2 \cdot (x_1 x_2 + \dots + x_1 x_{m-1} + x_1 x_{m+1} + \dots + x_1 x_{n+1} \dots + x_n x_{n+1}) \frac{y_m}{\text{imenilac}_m} , \\
k_{3,m} &= (-1)^3 \cdot (x_1 x_2 x_3 + \dots + x_1 x_2 x_{m-1} + x_1 x_2 x_{m+1} + \dots + x_1 x_2 x_{n+1} \dots + x_{n-1} x_n x_{n+1}) \frac{y_m}{\text{imenilac}_m} , \\
&\vdots \\
k_{i,m} &= (-1)^i \cdot (x_1 \cdot \dots \cdot x_{m-1} \cdot x_{m+1} \cdot \dots \cdot x_{n+1}) \frac{y_m}{\text{imenilac}_m} .
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Na osnovu razvoja (3.4) proizilazi formulacija postupka za numeričko generisanje koeficijenta $k_{i,m}$ uz x^{n-i} m -tog Lagrange-ovog polinoma koja glasi:

Koeficijent $k_{i,m}$ uz x^{n-i} m -tog Lagrange-ovog polinoma, jednak je zbiru svih kombinacija i -te klase na m -tom podskupu od n elemenata $(x_1, \dots, x_{m-1}, x_{m+1}, \dots, x_{n+1})$ iz osnovnog skupa vrednosti od $n+1$ elementa $(x_1, x_2, \dots, x_{m-1}, x_{m+1}, \dots, x_n, x_{n+1})$ pomnožen predznakom $(-1)^i$ i odgovarajućim numeričkim koeficijentom $y_m/\text{imenilac}_m$.

Zlučivanjem numeričkih koeficijenata $k_{i,m}$ uz odgovarajuće stepene x^{n-i} dobija se interpolacioni polinom u obliku:

$$\begin{aligned}
y(x) &= (k_{0,1} + \dots + k_{0,m} + \dots k_{0,n+1}) \cdot x^{n-0} + \dots \\
&+ (k_{i,1} + \dots + k_{i,m} + \dots k_{i,n+1}) \cdot x^{n-i} + \dots \\
&(k_{n,1} + \dots + k_{n,m} + \dots k_{n,n+1}) \cdot x^{n-n} .
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Oдавde se vidi da zbrovi

$$\begin{aligned}
k_0 &= (k_{0,1} + \dots + k_{0,m} + \dots k_{0,n+1}) \cdot x^{n-0} = \sum_{l=1}^{n+1} k_{0,l} \\
k_i &= (k_{i,1} + \dots + k_{i,m} + \dots k_{i,n+1}) \cdot x^{n-0} = \sum_{l=1}^{n+1} k_{i,l} \\
k_n &= (k_{n,1} + \dots + k_{n,m} + \dots k_{n,n+1}) \cdot x^{n-0} = \sum_{l=1}^{n+1} k_{n,l} .
\end{aligned} \tag{3.6}$$

predstavljaju tražene numeričke koeficijente $k_0, k_1, \dots, k_i, \dots, k_n$ interpolacionog polinoma $y(x) = k_0x^n + k_1x^{n-1} + \dots + k_ix^{n-i} + \dots + k_{n-1}x + k_n$ u razvijenom obliku.

4. Testiranje programa za neekvidistantnu interpolaciju nad eksperimentalnim podacima dobijenim snimanjem histerezisnih petlji digitalnim osciloskopom

Testiranje programa je izvršeno nad 5 serija od po 125 uređenih trojki odbiraka vreme t_i – fluks φ_i – struja i_{oi} dobijenih digitalnim osciloskopom. Serije su formirane na monofaznom transformatoru u praznom hodu koji je najpre razmagnetisan tako što je napon napajanja monofaznim autotransformatorom smanjen na nulu, a zatim su vrednosti napona napajanja povećavane sukcesivno na 5 zadatih vrednosti odabranih po Čebiševljevom postupku u rastućem nizu od 0V do 250V. Da bi nule Čebiševljevog interpolacionog polinoma bile postignute i na granicama intervala [-250V, 250V] primenjena je Čebiševljeva formula za transformaciju intervala [6]

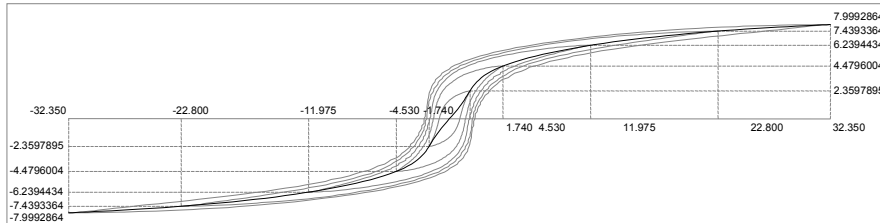
$$U_k = 252.71 \cdot \cos\left(\frac{(21-2k)\pi}{22}\right) \text{ za } k = 0, 1, \dots, 10 \quad (4.1)$$

Tako je formiran niz vrednosti napona dobijenih na osnovu izraza (4.1) 0V, $\pm 71.16V$, $\pm 136.55V$, $\pm 190.88V$, $\pm 229.75V$ i $\pm 250V$. Vrednosti napona za formiranje interpolacionih čvorova interpolacionog polinoma osnovne krive magnećenja koja prolazi kroz temena svih 5 histerezisnih petlji postignute autotransformatorom iznose 0V, 71.65V, 136.23V, 190.80V, 229.30V i 249.60V. Na osnovu postignutih vrednosti izvršeno je 5 osciloskopskih snimaka za aproksimaciju osnovne krive magnećenja interpolacionim polinomom u 11 čvorova.

4.1. Interpolacioni polinom osnovne krive magnećenja

Na slici 2 prikazane su histerezisne petlje generisane iz 5 serija eksperimentalnih podataka zajedno sa osnovnom krivom magnećenja generisanom na osnovu 125 vrednosti fluksa za histerezisnu petlju broj 5 interpolacionim polinomom stepena 10. Pošto su temena histerezisnih petlji centralno simetrična u odnosu na koordinatni početak, generisani interpolacioni polinom osnovne krive magnećenja je neparna funkcija, zbog čega su vrednosti koeficijenata uz parne stepene jednake nuli:

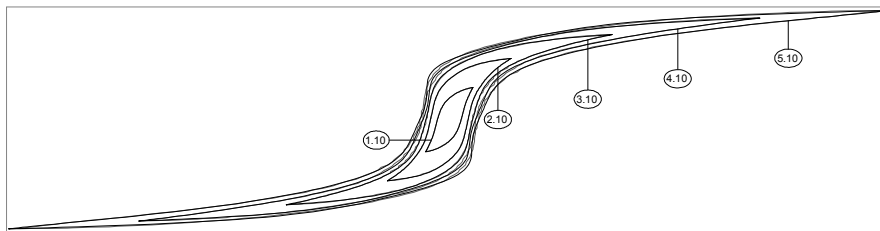
$$i(\varphi) = +5.26900816487258E - 07 \cdot \varphi^9 - 0.684343900384032E - 04 \cdot \varphi^7 + \\ + 3.68255302632348E - 03 \cdot \varphi^5 - 0.04403071283119 \cdot \varphi^3 + 0.879660462629144 \cdot \varphi^1 \quad (4.2)$$



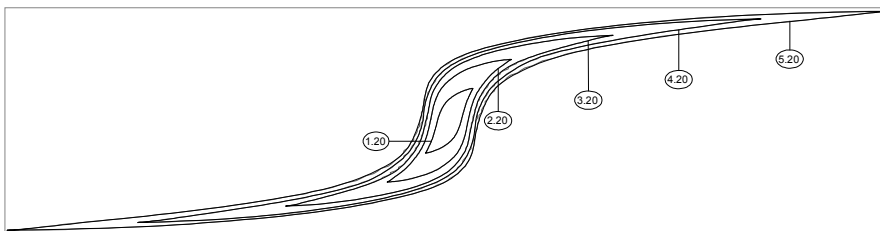
Slika 2. Histerezisne petlje snimljene digitalnim osciloskopom sa osnovnom krivom magnećenja generisanom interpolacionim polinomom

4.2. Grafici hist. petlji generisanih interpolacionim polinomima

Na slici 3 prikazane su histerezisne petlje generisane iz 5 serija eksperimentalnih podataka zajedno sa svojim aproksimacijama generisanim interpolacionim polinomima stepena 10, dok su na slici 4 prikazane iste histerezisne petlje zajedno sa svojim aproksimacijama generisanim interpolacionim polinomima stepena 20.



Slika 3. Histerezisne petlje generisane iz eksperimentalnih podataka i interpolacionim polinomima stepena 10



Slika 4. Histerezisne petlje generisane iz eksperimentalnih podataka i interpolacionim polinomima stepena 20

Tabela 1. Uporedne vrednosti površina histerezisnih petlji dobijene na osnovu eksperimentalnih podataka i interpolacionim polinomima.

Serija 1	površina	Serija 1	površina
Eksperimentalni podaci	6.5359	Eksperimentalni podaci	6.5359
Interpolac. polin. step. 10	6.5166	Interpolac. pol. step. 20	6.5157
Relativna greška	0.2953%	Relativna greška	0.3091%
Serija 2	površina	Serija 2	površina
Eksperimentalni podaci	22.5537	Eksperimentalni podaci	22.5537
Interpolac. polin. step. 10	22.6369	Interpol. polin. step. 20	22.6345
Relativna greška	0.3689%	Relativna greška	0.3583%
Serija 3	površina	Serija 3	površina
Eksperimentalni podaci	44.5680	Eksperimentalni podaci	44.5680
Interpolac. polin. step. 10	44.3602	Interpol. polin. step. 20	44.2435
Relativna greška	0.4663%	Relativna greška	0.7218%
Serija 4	površina	Serija 4	površina
Eksperimentalni podaci	72.9057	Eksperimentalni podaci	72.9057
Interpolac. polin. step. 10	71.8164	Interpol. polin. step. 20	72.1752
Relativna greška	1.4941%	Relativna greška	1.0020%
Serija 5	površina	Serija 5	površina
Eksperimentalni podaci	105.432	Eksperimentalni podaci	105.4324
Interpolac. polin. step. 10	105.251	Interpol. polin. step. 20	105.5851
Relativna greška	0.1713%	Relativna greška	-0.1448%

5. Uslovi egzaktne (potpune) aproksimacije krivih dinamičkog histerezisa interpolacionim polinomom

Izbor vrednosti stepena interpolacionih polinoma 10 i 20 izvršen je radi praćenja kvaliteta aproksimacije polinoma nad zajedničkim skupom interpolacionih čvorova, pošto su svi interpolacioni čvorovi polinoma stepena 10 istovremeno i interpolacioni čvorovi polinoma stepena 20. Obrada eksperimentalnih podataka ukazuje da pri nižim vrednostima fluksa u jezgu transformatora, a samim tim i pri manjem izobličenju struje praznog hoda, ne postoji bitna razlika u kvalitetu aproksimacije polinomima stepena 10 i 20. Sa zasićenjem i porastom izobličenja struje praznog hoda razlika u kvalitetu

aproksimacije polinomom stepena 20 u odnosu na polinom stepena 10 postaje bitna.

Stoga se postavlja centralno pitanje za egzistenciju analitičkog pristupa merenju gubitaka u gvožđu monofaznog transformatora interpolacionim polinomom: *da li je moguće i pod kojim uslovima egzaktno odrediti stepen n interpolacionog polinoma za prostoperiodičnu funkciju magnetnog fluksa $\varphi(t)$ i složenoperiodičnu funkciju srtuje praznog hoda $i_0(t)$, kojim se postiže egzaktna (potpuna) aproksimacija linije dinamičkog histerezisa?* Odgovor je pozitivan uz adekvatan izbor sistema za formiranje odbiraka i metodološki postupak čiji opis sledi.

5.1. Stohastički procesor ortogonalnih transformacija kao optimalni sistem za formiranje odbiraka

Primenom stohastičkog procesora ortogonalnih transformacija (SPOT), razvijenog na Katedri za mernu tehniku Fakulteta tehničkih nauka u Novom Sadu [12-14], signali struje praznog hoda i indukovane elektromotorne sile po navojku biće transformisani u obliku Furijeovih kosinusnih a_k i sinusnih b_k koeficijenata ($k = 1, \dots, 50$) raspregnutih od sistematske greške kvantizacije zahvaljujući primeni stohastičke metode adicione A/D konverzije (SAADK) [11-14] hardverski implementirane u samom uređaju. Gornja granica indeksa $k = 50$ usvojena je na osnovu standarda EN 50160 koji propisuje merenje od najmanje 40 harmonika i činjenice da se prenosna, odnosno distributivna elektroenergetska mreža, ponaša kao niskopropusni filter i praktično ne propušta harmonike reda većeg od 50 [13-14]. Stoga se signali struje praznog hoda i indukovane ems po navojku mogu egzaktno (u potpunosti) rekonstruisati trigonometrijskim polinomima u vidu konačnih suma:

$$i_0(\tau) = \sum_{k=1}^{50} (a_{i0k} \cos k2\pi f\tau + b_{i0k} \sin k2\pi f\tau) \quad (5.1)$$

$$e_{nav}(t) = a_{enav1} \cos 2\pi f t + b_{enav1} \sin 2\pi f t \quad (5.2)$$

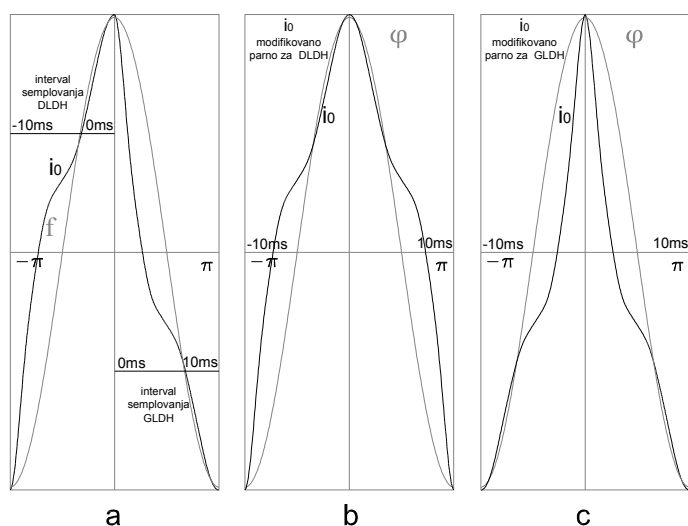
Signal fluksa se dobija integracijom elektromotorne sile po navojku

$$\varphi(t) = -\int e_{nav}(t) dt = -\frac{a_{enav1}}{2\pi f} \sin 2\pi f t + \frac{b_{enav1}}{2\pi f} \cos 2\pi f t \quad (5.3)$$

Konstanta integracije je nula jer u ustaljenom naizmjeničnom režimu magnetni fluks u jezgru transformatora ne sadrži jednosmernu komponentu. Rekonstruisani signali (5.1), (5.2) i (5.3) se softverski sinhronizuju i postaju podobni za formiranje neograničenog broja sinhronizovanih odbiraka $i_0(m\Delta t)$ i $\varphi(m\Delta t)$ visoke tačnosti raspregnutih od sistematske greške kvantizacije.

5.2. Određivanje stepena n interpolacionog polinoma kojim se postiže egzaktna (potpuna) aproksimacija date histerezisne krive

Kreiranje eksperimentalne krive histerezisa $i_{0DLDH}(\varphi)$ kao i njenog interpolacionog polinoma stepena n , realizuje se nad sinhrono formiranim skupovima od po $n+1$ odbiraka $i_0(m\Delta t)$ i $\varphi(m\Delta t)$ ($m = 0, 1, \dots, n$) tokom polovine periode u toku koje se vrednosti $i_0(t)$ menjaju u opsegu $[-i_m, i_m]$ a vrednosti $\varphi(t)$ u opsegu $[-\varphi_m, \varphi_m]$. Kreiranje krive histerezisa $i_{0GLDH}(\varphi)$ realizuje se na isti način u drugoj polovini periode, kada se se vrednosti $i_0(t)$ menjaju u opsegu $[i_m, -i_m]$ a vrednosti $\varphi(t)$ u opsegu $[\varphi_m, -\varphi_m]$ kao što je prikazano na slici 5a. Ekvivalentni rezultati se postižu sinhronim formiranjem odbiraka tokom cele periode za softverski modifikovane signale prikazane na slikama 5b i 5c.



Slika 5. Softverski generisani i modifikovani signali fluksa i struje pr. hoda

Za prostoperiodičan signal fluksa $\varphi(t)$ vrednosti $n+1$ odbiraka formirane na pomenuti način odgovaraju skupu neekvidistantnih vrednosti za koji Čebiševljevi polinomi stepena n postiže ekstremume na segmentu $[-\varphi_m, \varphi_m]$ [6]. Kako Čebiševljevi polinomi poseduju svojstvo ortogonalnosti i nad pomenutim skupom vrednosti, to znači da nad tim skupom $\varphi(m\Delta t)$ postoji diskretna Čebiševljeva transformacija ekvivalentna diskretnoj Furijeovoj transformaciji nad skupom vrednosti $(m\Delta t)$ [6]. Ovo zapravo znači da ukoliko se modifikovani signal i_0 modifikovano parno za DLDH sa slike 5b sastoji od konačnog broja harmonika p , tada je on egzaktno određen trigonometrijskim polinomom reda p [6], odnosno njemu ekvivalentnim Čebiševljevim interpolacionim polinomom stepena p . Isto važi za modifikovani signal i_0 modifikovano parno za GLDH sa slike 5c.

6. Zaključak

Obrada 5 serija eksperimentalnih rezultata dobijenih digitalnim osciloskopom pomoću programa sa implementiranim algoritmom za neekvidistantnu interpolaciju ilustrovala je pristup aproksimaciji krivih dinamičkog histereza klasičnim načinom formiranja odbiraka struje i fluksa. Uprkos dobrim rezultatima aproksimacije, ovakav pristup formiranju odbiraka nameće analitičkom pristupu merenju gubitaka u gvožđu sistematsku grešku zbog: 1. sistematske greške kvantizacije A/D konverzije koja utiče na tačnost interpolacionih čvorova; 2. greške pri analognoj integraciji signala indukovane ems po navojku; 3. greške konvergencije vrednosti interpolacionog polinoma vrednostima histerezisne krive izvan interpolacionih čvorova. Sva tri tipa grešaka mogu se uspešno otkloniti primenom stohastičkog procesora ortogonalnih transformacija SPOT prema postupku izloženom u poglavlju 5.

Postupak egzaktna aproksimacije histerezisnih krivih interpolacionim polinomom za prostoperiodični signal fluksa moguće je proširiti i na klasu složenoperiodičnih signala fluksa prisutnih u trofaznim energetskim transformatorima [7] što će biti predmet budućeg rada. Takođe, egzaktna aproksimacija polinomom omogućiće razvoj novog numeričkog postupka za određivanje pojedinih parametara Jiles-Atherton-ove metode.

Literatura

- [1] D.C. Jiles, D.L. Atherton, "Theory of Ferromagnetic Hysteresis", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 55, No. 6, 15 arch 1984, pp 2115-2120.
- [2] D.C. Jiles, and J.B. Thoeke, "Theory of Ferromagnetic Hysteresis: Determination of Model Parameters from Experimental Hysteresis Loops", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 25, No. 5, September 1989, pp. 3928-3930.
- [3] H. Hauser, Y. Melikhov, and D.C. Jiles, "Examination of the Equivalence of Ferromagnetic Hysteresis Models Describing the Dependences of Magnetization on Magnetic Field and Stress ", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 45, No. 4, April 2009, pp. 1940-1949.
- [4] Péter Kis, "Jiles-Atherton Model Implementation to Edge Finite Element Method", A thesis submitted to the Budapest University of Technology and Economics for the degree of Doctor of Philosophy in Electrical Engineering, Department of Broadband Infocommunications and Electromagnetic Theory Budapest University of Technology and Economics, Budapest 2006.
- [5] Hildebrand, Francis B. "Introduction to numerical analysis," McGraw-Hill, 1987, ISBN 0-486-65363-3.

- [6] John C. Mason, David Handscomb, "Chebyshev polynomials," CRC Press Company, Boca Raton, London, New York, 2003, ISBN 0-8493-0355-9.
- [7] Nicolas Brisebarre, Mioara Joldeș, "Chebyshev Interpolation Polynomial-based Tools for Rigorous Computing " Laboratoire de l'Informatique du Parallélisme, École Normale Supérieure de Lyon, Research Report No RR2010-13 April 2010.
- [8] A. E. Fitzgerald, Charles Kingsley Jr., Stephen D Umans, "Electric Machinery," McGraw-Hill, 2003, ISBN 0-07-112193-5
- [9] Slobodan Vukosavić, "Električne mašine," Akademska Misao, 2010, Beograd, ISBN 978-86-7466-380-6.
- [10] Standard BS EN 50160-2000.
- [11] V. Vujičić, S. Milovančev, M. Pešaljević, D. Pejić and I. Župunski, "Low frequency stochastic true RMS instrument," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 48, no.2 pp. 467-470, Apr. 1999.
- [12] V. Pjevalica and V. Vujičić, "Further Generalization of the Low-Frequency True-RMS Instrument "*IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, Vol. 59, No. 3, March 2010.
- [13] Nebojša Pjevalica, "Merenja na elektrodistributivnoj mreži u frekvencijskom domenu," Doktorska disertacija, FTN, Novi Sad, 2007.
- [14] Velibor Pjevalica, "Stohastički procesor ortogonalnih transformacija," Doktorska disertacija, FTN, Novi Sad, 2008.

Abstract. This paper represents the implementation of a new hysteretic curve interpolation modeling approach for closed dynamic hysteresis loop area computing over 5 experimental data series processing. Experimental data series were obtained for one-phase transformer working on network frequency. Interpolation modeling is realized by a new nonequidistant interpolation algorithm with ability to generate interpolation polynomials of hysteretic and reversal curves in form with numerically computed coefficients. Further, in the paper is represented procedure of interpolation polynomial degree value determination for exact hysteretic curves approximation in case of sinusoidal magnetic flux function in transformer core by implementation of digital stochastic orthogonal transformation processor.

Keywords: dynamic hysteresis loop, interpolation polynomial, nonequidistant interpolation algorithm, hysteretic curve, digital stochastic orthogonal transformation processor.

Analytical Approach to Iron Losses Measuring

Rad primljen u uredništvo 23.11.2010. godine

Rad prihvaćen 29.11.2010. godine

