

## MODEL SINHRONE MAŠINE ZA ANALIZU UTICAJA VIŠIH HARMONIKA

Lidija Pavlović\*, Dragan Petrović\*\*, Zoran Lazarević\*\*, Žarko Janda\*\*\*

\*JP Jugopetrol, Beograd, \*\*Elektrotehnički fakultet u

Beogradu, \*\*\*Elektrotehnički institut Nikola Tesla, Beograd

**Sadržaj:** U radu se izlaže detaljni model sinhronne mašine, koji daje vezu između viših harmonika struje opterećenja i viših harmonika napona na priključcima generatora. Modelom se zbirno tretiraju harmonici reda  $6N-1$  i  $6N+1$ , jer postoji njihov međusobni uticaj preko rotorskih električnih kola. Interes za ovaj model se javio kod određivanja stepena izobličenja napona, kao faktora njegovog kvaliteta, kada se instalacija sa nelinearnim potrošačima napaja sa rezervnog izvora napajanja. Pokazuje se da je neophodno uvesti kompleksni model, koji se prikazuje u radu, odnosno da nije moguća jednostavna predstava mašine preko subtranzijentne reaktanse ili na neki sličan način.

**Ključne reči:** sinhrona mašina, viši harmonici, kvalitet električne energije

### 1 UVOD

Kvalitet energije elektroenergetskog napajanja se iskazuje preko faktora pada napona, pikova/propada trenutnih vrednosti napona, flikera (subharmonika) i viših harmonika. Njihova kvantifikacija je data u seriji međunarodnih standarda IEC 61000. Izračunavanje viših harmoničnih komponenti napona vrši se kao pad napona viših harmonika struje na referentnoj impedansi. Metode i limiti prikazani u relevantnim standardima odnose se na slučaj mrežnog napajanja, kao tipične situacije napajanja potrošača.

U praksi, sve se češće javlja slučaj da kao izvor energije služi sinhroni generator, koji u izolovanom radu napaja grupu potrošača među kojima postoje i nelinearna opterećenja. Ovaj problem nije rešen u "zatvorenoj formi", odnosno ne postoje propisani postupci kako proceniti stepen harmonijskog izobličenja napona. Prvi radovi u literaturi na ovu temu su se javili kod HVDC (visokonaponskog jednosmernog) prenosa energije [1]. Polazeći od stanja u literaturi, u radu [2] su publikovani osnovi algoritma za proračun uticaja nelinearnih potrošača na izobličenje napona, kada su izvršena i objavljena i određena eksperimentalna istraživanja. Cilj ovde prezentovanog rada je da detaljno prikaže algoritam proračuna, odnosno model sinhronne mašine, pomoću koga se može računati izobličenje talasnog oblika napona kao faktora njegovog kvaliteta, pri napajanju potrošača koji generišu više harmonične komponente struje.

Standardni način za potiskivanje izvorišnih viših harmonika struje je upotreba energetske filtera. Verifikacija proračuna se vrši uz uzimanje realnog modela napojne mreže. Kad se nelinearni potrošač napaja iz sinhronog generatora, kakvi se obično nalaze u sklopu dizel-električnih agregata, više nije moguće koristiti prosti ekvivalent napojnog izvora. Upravo je neophodno razraditi detaljni model sinhronne mašine, kako bi filteri mogli da se optimiziraju.

## 2 MATEMATIČKI MODEL SINHRONE MAŠINE ZA PRORAČUN NAPONSKOG IZOBLIČENJA

U radu [5] je dato detaljnije razmatranje klasične filtracije harmonika koji potiču od diodnog mosta. Verifikacija proračuna energetskih filtera se vrši uz uzimanje realnog modela napojne mreže. Kad se nelinearni potrošač, kao što je diodni most, napaja iz sinhronog generatora, kakvi se obično nalaze u sklopu dizel-električnih agregata, više nije moguće koristiti prosti Tevenenov ekvivalent napojnog izvora. Kod generatora sa valjkastim rotorom može se koristiti aproksimativna predstava sinhronog generatora sa tri idealna naponska izvora vezana u zvezdu i jednakim rasipnim induktivnostima. No, dizel-agregati u praksi obično imaju nominalnu brzinu obrtanja od 1500 ob/min, što znači dva para pobudnih polova. To dalje znači da se reaktanse po  $d$  i  $q$  osi moraju razlikovati. Takođe, ovako male sinhronne mašine nemaju prigušnih namotaja.

Kod generatora sa istaknutim polovima nije moguće sprovesti jednostavnu analizu, zasnovanu na predstavi generatora kao impedanse jednake srednjoj subtranzijentnoj reaktansi po  $d$  i  $q$  osi  $(jh(X_d + X_q) / 2; h$  označava red harmonika) ili subtranzijentnoj reaktansi po  $d$  osi, kao što je predloženo u [6]. Ovakav uprošćen pristup ne daje nikakvu predstavu o harmonijskom obliku napona i struje, kao što su pokazali i rezultati eksperimenta iz [2].

Iz teorije električnih mašina [7] poznato je da se harmonici magnetopobudne sile statora, koji potiču od struja viših harmonika  $h+1=6N+1$  i  $h-1=6N-1$  ( $N$  je ceo broj), obrću u prostoru u suprotnim smerovima (reda  $h+1$  u istom, a  $h-1$  u suprotnom smeru od smera obrtanja rotora). Oba harmonika će na rotoru proizvoditi napone i struje učestanosti  $h = 6N$ . Oba harmonika struje statora ( $h+1$  i  $h-1$ ) će izazvati oba harmonika napona statora. To se objašnjava na sledeći način. Viši harmonici struje (reda  $h+1$  i  $h-1$ ) u trofaznim namotajima statora izazivaju obrtnu magnetopobudnu silu koja rotira u odnosu na rotor. Njene amplitude po  $d$  i  $q$  osi rotora su jednake, pri čemu je frekvencija njihove promene  $6N$ . Jednake magnetopobudne sile po  $d$  i  $q$  osi dovode do pojave nejednakih flukseva, odnosno napona. Razlog tome je magnetna nesimetrija po uzdužnoj i poprečnoj osi. Dobijeni nesimetrični fluksevi (naponi) predstavljaju se eliptički polarisanim prostornim vektorima, za razliku od kružno polarisanog vektora magnetopobudne sile (Slika 1).

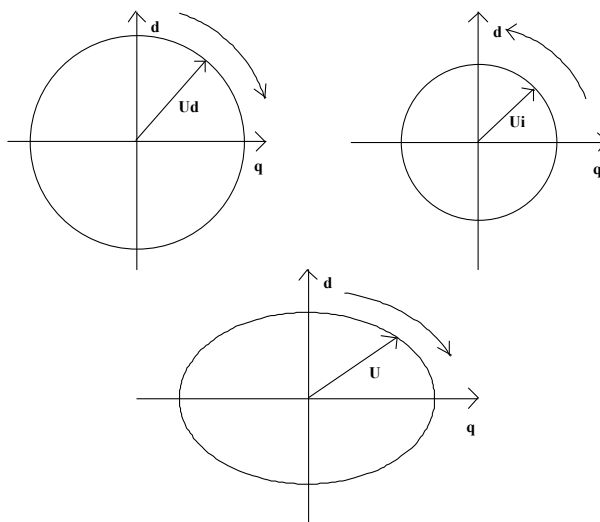
Eliptički polarizovan prostorni vektor napona može se prikazati kao zbir jednog direktnog i jednog inverznog kružno polarisanog prostornog vektora. Komponente ova dva vektora u pravcu  $d$  i  $q$  osa su jednake, analogno vektoru magnetopobudne sile. Dakle, svaki od harmonika struja statora reda  $h+1$  i  $h-1$  izaziva pojavu napona na statoru reda harmonika  $h+1$  i  $h-1$ , čije su komponente po  $d$  i  $q$  osi jednake.

Izloženi principi se mogu jednostavno implementirati na modelu sinhronne mašine u  $d, q$  sistemu. Koristeći opšte prihvaćene konvencije i dogovore [1], trofazni sinhroni generator sa dva prigušna namotaja na rotoru (ekvivalent za pojavu vihornih struja), može se prikazati sledećim sistemom jednačina:

$$u_d = R i_d + p(L_d i_d + M_{df} i_f + M_{ds} i_s) - \omega (L_q i_q + M_{qt} i_t) \quad (1)$$

$$u_q = R i_q + p(L_q i_q + M_{qt} i_t) + \omega (L_d i_d + M_{df} i_f + M_{ds} i_s) \quad (2)$$

$$u_f = R_f i_f + p(L_f i_f + M_{df} i_d + M_{fs} i_s) = 0 \quad (3)$$



Slika 1. Primeri kružne i eliptične polarizacije obrtnih vektora

$$u_s = R_s i_s + p(L_s i_s + M_{ds} i_d + M_{fs} i_f) = 0 \quad (4)$$

$$u_t = R_t i_t + p(L_t i_t + M_{qt} i_q) = 0 \quad (5)$$

Napon pobude u jednačini (3) je izjednačen sa nulom, s obzirom da su od interesa samo viši harmonici za koje ne postoji interni izvor u samom generatoru. Posmatramo linearnu mašinu (nezasićenu) za koju važi navedeni sistem jednačina.

U izvođenju modela napuštene su opšte jednačine koje važe u vremenu i prešlo se na kompleksan oblik šestog harmonika, kako bi se radilo sa kompleksnim brojevima i ustaljenim radnim stanjem.

Predstava fazora prema [1] :

$$w_h = \text{Re} \{ W_h \cdot e^{jh\omega t} \} = W_h' \cos(h\omega t) - W_h'' \sin(h\omega t) \quad (6)$$

gde:

$$W_h = W_h' + jW_h'' \quad (7)$$

označava bilo koji fazor, odnosno njegovu kompleksnu maksimalnu vrednost, uz napomenu da velika slova označavaju kompleksne veličine, a mala su veličine u funkciji vremena.

Jednačine od (1) - (5) su opšte i one se mogu primeniti na rotorske harmonike reda  $h_+$  i  $h_-$ , tako što se umesto kompleksnog operatora  $p$  zameni  $j\omega h$ .

Iz jednačina (3), (4), i (5) mogu se izraziti struje prigušnih i pobudnog namotaja ( $i_s$ ,  $i_t$  i  $i_f$ ) preko struja  $i_d$  i  $i_q$ . Ako se znaju harmonici struje statora, preko transformacionih matrica mogu se odrediti struje  $i_d$  i  $i_q$ , a zatim i naponi  $u_d$  i  $u_q$  u funkciji tih struja.

Primenom inverznih transformacionih matrica mogu se dobiti izobličenja stvarnih (faznih i linijskih) napona.

Oznake u sistemu jednačina (1)-(5) imaju sledeće značenje:

- $u_d, i_d$  – napon i struja statora po d-osi
- $u_q, i_q$  – napon i struja statora po q-osi
- $u_f, i_f$  – napon i struja pobudnog namota
- $u_s, i_s$  – napon i struja prigušnog namota po d-osi
- $u_t, i_t$  – napon i struja prigušnog namota po q-osi
- $R, R_f, R_s, R_t$  – otpornosti statora, pobudnog namota, prigušnog namota po d-osi i prigušnog namota po q-osi
- $L_d, L_q, L_f, L_s, L_t$  – sopstvene induktivnosti statora po d i q osi; pobudnog namota i prigušnog namota po d i q-osi
- $M_{df}$  – međusobna induktivnost namota statora po d-osi i pobudnog namota
- $M_{ds}$  – međusobna induktivnost namota statora i prigušnog namota po d-osi
- $M_{qt}$  – međusobna induktivnost statora i prigušnog namota po q-osi
- $M_{fs}$  – međusobna induktivnost pobudnog namota i prigušnog namota po d-osi
- $\ddot{u}$  – kružna učestanost statora
- $p$  – Laplasov kompleksni operator

Stvarne struje statora  $i_a, i_b$  i  $i_c$  se transformišu u sistem struja  $i_\alpha$  i  $i_\beta$  u nepokretnom sistemu  $\alpha, \beta$  (vezanom za stator) [9],

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (8)$$

a sama transformaciona matrica je oblika [9]:

$$[T_x] = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{3} & -\frac{\sqrt{3}}{3} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Kod ove transformacije smer obrtanja ne igra nikakvu ulogu, jer praktično posmatramo trenutnu vrednost (projekcije obrtnog fazora na pojedine ose).

Dalje je potrebno dvofazni sistem struja ( $i_\alpha, i_\beta$ ) transformisati u dvofazni sistem struja ( $i_d, i_q$ ), koji je vezan za obrtno pobudno polje sinhronne mašine. Pri tome, sistem  $h - 1$  je simetričan i inverzan u trofaznom sistemu, dok  $h + 1$  harmonik struje čini direktan simetričan trofazni sistem.

$$\underline{x}_{\beta d} = -j \underline{x}_{\alpha d} \quad (10)$$

$$\underline{x}_{\beta i} = j \underline{x}_{\alpha i} \quad (11)$$

Pri tome, direktni harmonik struje statora reda  $h + 1$  se transformiše u direktni harmonik struje reda  $h$  na rotoru, dok se inverzni harmonik struje reda  $h - 1$  transformiše u inverzni harmonik na rotoru reda  $h$ . To je stoga što se u jednom slučaju brzina rotora oduzima od brzine rotacionog vektora, a u drugom slučaju se dodaje (inverzni obrtni vektor).

$$\begin{bmatrix} i_{d h}^i \\ i_{q h}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega t & \sin \omega t \\ -\sin \omega t & \cos \omega t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{\alpha h-1} \\ i_{\beta h-1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} i_{d h}^d \\ i_{q h}^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega t & \sin \omega t \\ -\sin \omega t & \cos \omega t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{\alpha h+1} \\ i_{\beta h+1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Na osnovu predstave fazora iz [1], sledi:

$$i_{\alpha h-1} = I'_{\alpha h-1} \cos(h-1)\omega t - I''_{\alpha h-1} \sin(h-1)\omega t \quad (14)$$

$$i_{\beta h-1} = I'_{\beta h-1} \cos(h-1)\omega t - I''_{\beta h-1} \sin(h-1)\omega t \quad (15)$$

$$i_{\alpha h+1} = I'_{\alpha h+1} \cos(h+1)\omega t - I''_{\alpha h+1} \sin(h+1)\omega t \quad (16)$$

$$i_{\beta h+1} = I'_{\beta h+1} \cos(h+1)\omega t - I''_{\beta h+1} \sin(h+1)\omega t \quad (17)$$

Zamenom navedenih izraza u (12) i (13), kao i korišćenjem poznatih transformacija trigonometrijskih funkcija, a uz uvažavanje činjenice da je sistem  $h - 1$  simetričan i inverzan, a sistem  $h+1$  simetričan i direktan, iz izraza nestaju harmonici reda  $h-2$ , odnosno reda  $h+2$ :

$$I''_{\alpha h-1} + I'_{\beta h-1} = 0, \quad \text{član uz } \cos(h-2)\omega t \quad (18)$$

$$I''_{\beta h-1} - I'_{\alpha h-1} = 0, \quad \text{član uz } \sin(h-2)\omega t \quad (19)$$

$$I'_{\beta h+1} - I''_{\alpha h+1} = 0, \quad \text{član uz } \cos(h+2)\omega t \quad (20)$$

$$I''_{\beta h+1} + I'_{\alpha h+1} = 0, \quad \text{član uz } \sin(h+2)\omega t \quad (21)$$

U poznatoj predstavi fazora ostali su samo harmonici reda  $h$  na rotoru:

$$i_{dh}^i = I_{dh}^i \cos h\omega t - I_{dh}^{ni} \sin h\omega t \quad (22)$$

$$i_{qh}^i = I_{qh}^i \cos h\omega t - I_{qh}^{ni} \sin h\omega t \quad (23)$$

$$i_{dh}^d = I_{dh}^d \cos h\omega t - I_{dh}^{nd} \sin h\omega t \quad (24)$$

$$i_{qh}^d = I_{qh}^d \cos h\omega t - I_{qh}^{nd} \sin h\omega t \quad (25)$$

gde su:

$$I_{dh}^i = \frac{1}{2} [I'_{\alpha h-1} + I''_{\beta h-1}] \quad I_{qh}^i = \frac{1}{2} [-I''_{\alpha h-1} + I'_{\beta h-1}] \quad (26)$$

$$I_{dh}^{ni} = \frac{1}{2} [I''_{\alpha h-1} - I'_{\beta h-1}] \quad I_{qh}^{ni} = \frac{1}{2} [I'_{\alpha h-1} + I''_{\beta h-1}] \quad (27)$$

$$I_{dh}^d = \frac{1}{2} [I'_{\alpha h+1} - I''_{\beta h+1}] \quad I_{qh}^d = \frac{1}{2} [I''_{\alpha h+1} + I'_{\beta h+1}] \quad (28)$$

$$I_{dh}^{nd} = \frac{1}{2} [I''_{\alpha h+1} + I'_{\beta h+1}] \quad I_{qh}^{nd} = \frac{1}{2} [-I'_{\alpha h+1} + I''_{\beta h+1}] \quad (29)$$

Konačno, kombinovanjem fazora dolazimo do matrične predstave inverznog i direktnog harmonika struje reda  $h$  na rotoru:

$$I_{dh}^i = I_{dh}^i + jI_{dh}^{ni} \quad I_{qh}^i = I_{qh}^i + jI_{qh}^{ni} \quad (30)$$

$$I_{dh}^d = I_{dh}^d + jI_{dh}^{nd} \quad I_{qh}^d = I_{qh}^d + jI_{qh}^{nd} \quad (31)$$

$$\begin{bmatrix} I_{dh}^i \\ I_{qh}^i \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ j & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{\alpha h-1} \\ I_{\beta h-1} \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\begin{bmatrix} I_{dh}^d \\ I_{qh}^d \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ -j & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{\alpha h+1} \\ I_{\beta h+1} \end{bmatrix} \quad (33)$$

Jednake magnetopobudne sile harmonika reda  $h$  po  $d$  i  $q$  osi dovode do nejednakih flukseva, odnosno napona. Sabiranjem komponenti napona reda  $h$  harmonika po  $d$  i  $q$  osi, gubi se striktna veza između komponenti harmonika koje stvara struja reda  $h-1$  i ona reda  $h+1$ . Iz eliptički polarizovanog vektora iz  $d, q$  sistema rotora, pomoću

konekcionih singularnih transformacionih matrica, prelazi se iz sistema napona ( $d, q$ ) na sistem napona ( $\alpha, \beta$ ), odnosno  $h-1$  i  $h+1$  harmonik napona na statoru:

$$\begin{bmatrix} u_{\alpha h'} \\ u_{\beta h'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega t & -\sin \omega t \\ \sin \omega t & \cos \omega t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{d h} \\ u_{q h} \end{bmatrix} \quad (34)$$

gde  $h'$  predstavlja resultantni harmonik (na statoru), a  $h$  je, kao i do sada, red harmonika na rotoru.

Analognim izvođenjem i fazorskom predstavom doći ćemo do konačne matrične forme:

$$u_{d h} = U'_{d h} \cosh \omega t - U''_{d h} \sinh \omega t \quad (35)$$

$$u_{q h} = U'_{q h} \cosh \omega t - U''_{q h} \sinh \omega t \quad (36)$$

Zamenom navedenih izraza u (34), a opet uz korišćenje poznatih transformacija trigonometrijskih funkcija, kao i uz kompleksnu predstavu rezultujućeg harmonika na statoru (reda  $h' = h \pm 1$ ), sledi:

$$U_{\alpha h'} = U'_{\alpha h'} + jU''_{\alpha h'} \quad (37)$$

$$U_{\beta h'} = U'_{\beta h'} + jU''_{\beta h'} \quad (38)$$

odnosno:

$$u_{\alpha h'} = U'_{\alpha h-1} \cos(h-1)\omega t - U''_{\alpha h-1} \sin(h-1)\omega t + U'_{\alpha h+1} \cos(h+1)\omega t - U''_{\alpha h+1} \sin(h+1)\omega t \quad (39)$$

$$u_{\beta h'} = U'_{\beta h-1} \cos(h-1)\omega t - U''_{\beta h-1} \sin(h-1)\omega t + U'_{\beta h+1} \cos(h+1)\omega t - U''_{\beta h+1} \sin(h+1)\omega t \quad (40)$$

gde su:

$$U'_{\alpha h-1} = \frac{1}{2} [U'_{d h} + U''_{q h}] \quad U''_{\alpha h-1} = \frac{1}{2} [U''_{d h} - U'_{q h}] \quad (41)$$

$$U'_{\alpha h+1} = \frac{1}{2} [U'_{d h} - U''_{q h}] \quad U''_{\alpha h+1} = \frac{1}{2} [U''_{d h} + U'_{q h}] \quad (42)$$

$$U'_{\beta h-1} = \frac{1}{2} [-U''_{d h} + U'_{q h}] \quad U''_{\beta h-1} = \frac{1}{2} [U'_{d h} + U''_{q h}] \quad (43)$$

$$U'_{\beta h+1} = \frac{1}{2} [U''_{dh} + U'_{qh}] \quad U''_{\beta h+1} = \frac{1}{2} [-U'_{dh} + U''_{qh}] \quad (44)$$

Konačno, kombinovanjem fazora dolazimo do matrice predstave harmonika napona na statoru, dok se svi harmonici reda  $h$  sabiraju po  $d$  i po  $q$  osi rotora:

$$U_{\alpha h-1}^h = U'_{\alpha h-1} + jU''_{\alpha h-1} \quad U_{\alpha h+1}^h = U'_{\alpha h+1} + jU''_{\alpha h+1} \quad (45)$$

$$U_{\beta h-1}^h = U'_{\beta h-1} + jU''_{\beta h-1} \quad U_{\beta h+1}^h = U'_{\beta h+1} + jU''_{\beta h+1} \quad (46)$$

$$\begin{bmatrix} U_{\alpha h-1}^h \\ U_{\beta h-1}^h \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ j & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{dh} \\ U_{qh} \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$\begin{bmatrix} U_{\alpha h+1}^h \\ U_{\beta h+1}^h \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ -j & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{dh} \\ U_{qh} \end{bmatrix} \quad (48)$$

Dobijeni izrazi važe za svaki rotorski harmonik reda  $h$ .

U ovom pristupu problemu, posmatrali smo eliptički polarizovan vektor na rotoru (nesimetričan sistem), čije su sve komponente po  $d$  i  $q$  osi sabrane, ne vodeći računa koje su direktne a koje inverzne komponente.

Nameće se i drugi pristup analize problema: eliptički polarizovan prostorni vektor napona se može prikazati (kao što je u ranijem tekstu već pomenuto), kao zbir jednog inverznog i jednog direktnog kružno polarisanog prostornog vektora. Komponente ova dva vektora u pravcu  $d$  i  $q$  osa su jednake, analogno vektoru magnetopobudne sile. Krajnji rezultat ovog pristupa su identični matricni izrazi.

Transformacija sistema napona  $u_{\alpha}$  i  $u_{\beta}$  u sistem trofaznih statorskih napona, vrši se preko transformacione matrice [9]:

$$[T_y] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (49)$$

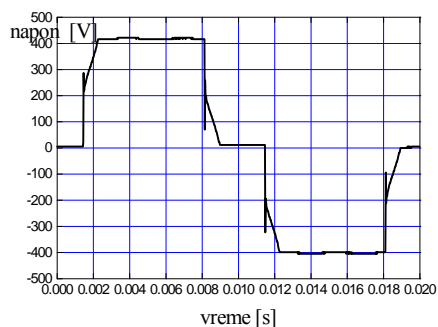
### 3 EKSPERIMENTALNA POTVRDA MODELA

Prikazani teorijski model je korišćen za izradu simulacionog modela [MATHCAD ver. 6.0], koji je poređen sa eksperimentalnim rezultatima [2] za nelinearno opterećeni sinhroni generator. Naime, laboratorijska sinhrona mašina (podaci sa pločice:  $S_n = 5,5$  kVA,  $U_n = 3 \times 400/231$  V,  $I_n = 13,8/8$  A,  $n_n = 1000$  ob/min,  $f_n = 50$  Hz) je

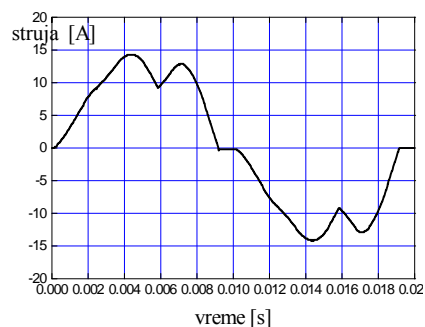


opterećivana sa diodnim mostom na koji je priključen jednosmerni potrošač sa paralelnim kondenzatorom (radi povećanja izobličenja struja).

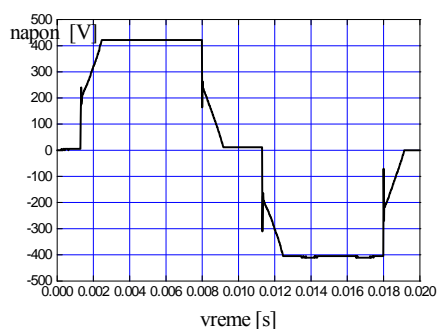
Opterećivanje generatora je vršeno različitim strujama, pri konstantnoj efektivnoj vrednosti linijskog napona od 320V. Ova vrednost je odabrana prema raspoloživom diodnom ispravljačkom mostu.



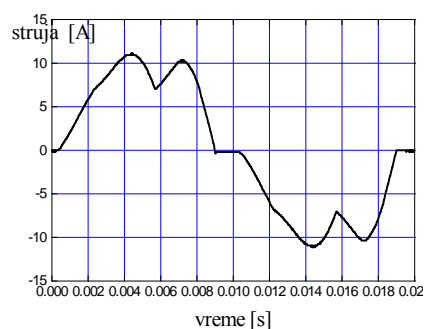
Linijski napon pri teretu 4,93 kW



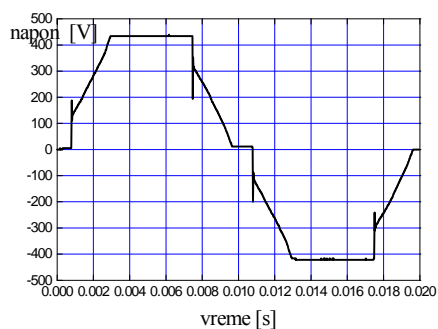
Fazna struja pri teretu 4,93 kW



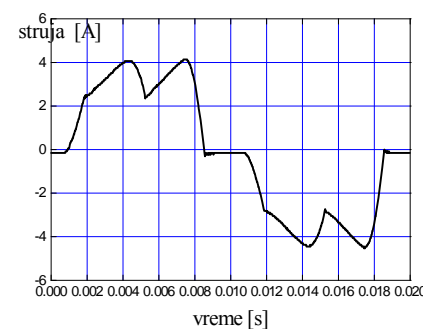
Linijski napon pri teretu 3,80 kW



Fazna struja pri teretu 3,80 kW



Linijski napon pri teretu 1,45kW



Fazna struja pri teretu 1,45kW

Slika 3 Ilustrativni primer snimljenih talasnih oblika napona i struja

Tom prilikom su snimljeni talasni oblici faznih struja i linijskih napona [2], a ilustrativni primer je Slika 3. Zatim su, uz korišćenje prikazanog modela sinhronne mašine, procesirani harmonici fazne struje, i dobijeni harmonici napona su u dobrom slaganju sa eksperimentom.

#### 4 PARAMETRI SINHRONOG GENERATORA I OBRADA REZULTATA

Parametri sinhronog generatora su dobijeni klasičnim ogledima i to:

- iz oglada praznog hoda i kratkog spoja je određena nezasićena vrednost reaktanse duž d ose u ustaljenom stanju,

$$X_d = 38,25 \Omega, \text{ odnosno } X_d = 1,325 \text{ rj},$$

- Potjeovom metodom je određena Potjeova reaktansa i dalje će se smatrati da je ta reaktansa jednaka reaktansi rasipanja,

$$X_\gamma = 3,3 \Omega, \text{ odnosno } X_\gamma = 0,114 \text{ rj}$$

- ogledom ukočenog rotora, odnosno merenjem subtranzijentnih reaktansi po d i q osi pri ukočenom rotoru (*AIEE test Code for Synchronous Machines*) [10] su izmerene subtranzijentne reaktanse duž d i q ose, pri 50 Hz,

$$X_d'' = 4,133 \Omega, \text{ odnosno } X_d'' = 0,143 \text{ rj},$$

$$X_q'' = 20,788 \Omega, \text{ odnosno } X_q'' = 0,72 \text{ rj}.$$

Približni model sinhronog generatora za 6. harmonik se može prikazati kao:

$$U_d = R_d \cdot I_d + j \cdot 6 \cdot X_{6d} \cdot I_d - X_{6q} \cdot I_q \quad (51)$$

$$U_q = R_q \cdot I_q + X_{6d} \cdot I_d + j \cdot 6 \cdot X_{6q} \cdot I_q \quad (52)$$

U izrazima (51) i (52) sve veličine su u relativnim jedinicama. Naponi i struje po d i q osi su kompleksne veličine, mada nisu posebno označene. Otpori po d i q osi nisu jednaki i ekvivalentiraju sve transformacije energije u sinhronoj mašini koje se odvijaju preko 6. harmonika.

Parametre modela određujemo rešavanjem sistema linearnih jednačina:

$$\begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{U_d\} \\ \operatorname{Im}\{U_d\} \\ \operatorname{Re}\{U_q\} \\ \operatorname{Im}\{U_q\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{I_d\} & 0 & -6 \operatorname{Im}\{I_d\} & -\operatorname{Re}\{I_q\} \\ \operatorname{Im}\{I_d\} & 0 & 6 \operatorname{Re}\{I_d\} & -\operatorname{Im}\{I_q\} \\ 0 & \operatorname{Re}\{I_q\} & \operatorname{Re}\{I_d\} & -6 \operatorname{Im}\{I_q\} \\ 0 & \operatorname{Im}\{I_q\} & \operatorname{Im}\{I_d\} & 6 \operatorname{Re}\{I_q\} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} R_d \\ R_q \\ X_{6d} \\ X_{6q} \end{bmatrix} \quad (53)$$

U jednačini (54) su prikazani parametri u relativnim jedinicama, i gde je parametar  $V$  sačinilac rasipanja pobudnog namota.:

$$X_{6d} = (L_d - \frac{M^2_{df}}{L_f \cdot \nu}) \quad (54)$$

$$X_{6q} = L_q \quad (55)$$

Snimci linijskih napona i faznih struja su tako obrađeni (pomoću programa QUATTRO) da su dobijeni **Furijeovi koeficijenti** faznih napona i struja i to za 5. i 7. harmonik. Zatim su izračunate njihove kompleksne predstave i transformisane na direktni i inverzni sistem **6. harmonika** u dq sistemu vezanom za rotor sinhrono mašine; na kraju su računati parametri mašine na opisani način.

Rezultati su tablično prikazani i vidi se da su uglavnom konzistentni, što znači da ovaj prost model može imati upotrebnu vrednost:

| približna snaga tereta | $R_d$        | $R_q$         | $X_{6d}$     | $X_{6q}$     |
|------------------------|--------------|---------------|--------------|--------------|
| <b>100% snage</b>      | <b>0,382</b> | <b>-0,646</b> | <b>0,216</b> | <b>0,103</b> |
| <b>66% snage</b>       | <b>0,306</b> | <b>-0,721</b> | <b>0,199</b> | <b>0,116</b> |
| <b>33% snage</b>       | <b>-0,04</b> | <b>-0,789</b> | <b>0,226</b> | <b>0,087</b> |

Primećuje se da je slaganje parametra  $X_{6d}$  relativno dobro sa vrednostima dobijenim u standardnim ogledima, dok vrednost parametra  $X_{6q}$  bitno odstupa od vrednosti koja sledi iz klasičnog ogleda. To se može objasniti time da po q osi takođe postoji ekvivalentno spregnuto kolo u kome teku indukovane struje pri frekvenciji koja ovde iznosi 300 Hz. Negativna vrednost otpora u q kolu bi mogla da znači da sinhrona mašina mali deo svoje energije transportuje i preko 5. i 7. harmonika ka trofaznom ispravljaču (što je bilo opterećenje sinhronog generatora u izvedenom ogledu). Ispravljač i njegov teret mogu samo da primaju aktivnu energiju, što znači da je mašina mogla da generiše aktivnu energiju, a jedan način predstavljanja generisanja energije je i preko negativnih otpornosti. Zanimljivo je primetiti da je ovde uglavnom reč o negativnoj otpornosti u q kolu. Dakle, mašina praktično mora da bude generator i na petom i sedmom harmoniku zbog zakona o održanju energije.

Treba primetiti da na rasipne induktivnosti utiče i **pozicija glavnog magnetnog fluksa** mašine; naime u analiziranom slučaju teret je diodni most a mašina se ponaša kao da je opterećena sa omskim teretom, što se tiče položaja glavnog magnetnog fluksa, a on dalje lokalno zasićuje i magnetoprovodne puteve kroz koje delom idu rasipni fluksevi.

## 5 ZAKLJUČAK

U radu je prikazan način modelovanja pojava u sinhronoj mašini za više harmonike. Objasnjeno je uzajamno delovanje 5. i 7. harmonika, 11. i 13. itd...

Izveden je eksperiment u kome je sinhroni generator terećen sa trofaznim diodnim mostom, i uz upotrebu prostog modela za samo 6. harmonik je prikazano da se dobijaju konzistentni rezultati (koristeći podatke izmerene pri raznim teretima).

Uočeno je da se neke reaktanse menjaju zbog velike frekvencije struja (300Hz) a neke skoro ne. To navodi na to da treba snimiti frekventne karakteristike sinhrono mašine pri ukočenom rotoru u d i q položaju, a naročito za 300 Hz, 600 Hz, itd. da bi se mašina adekvatno predstavila za potrebe analize prostiranja viših harmonika. Takođe se

pokazuje da nije dovoljno koristiti ekvivalentno kolo dobijeno na osnovu klasičnog razmatranja sinhronne mašine.

Ovaj rad predstavlja tek početak istraživanja koje kao rezultat treba da detaljan model sinhronne mašine za više harmonike za razne slučajeve koji se javljaju u praksi.

Korak dalje u ovom radu je i model diodnog mosta, tj. simulacija celog sistema, kako bi se uvažio uticaj izobličenja napona na talasne oblike struje.

U daljem razvoju modela sinhronne mašine za analizu viših harmonika treba težiti modelu koji će još tačnije da prikaže uticaj vihornih struja u gvožđu rotora. U radu je korišćen model sa dva prigušna namota, ali pošto je reč o pojavi u kolu sa raspodeljenim parametrima, možda bi trebalo u model ubaciti još nekoliko ekvivalentnih prigušnih namotaja.

## LITERATURA

- [1] J.F. Eggleston, J. Arrillaga, A. Semlyen, "Analysis of the harmonic distortion resulting from the interaction between synchronous machines and HVDC convertors", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol.3, No.1, pp.325-332, January 1988
- [2] Z. Radaković, Ž. Janda, "Aspekti napajanja regulisanog elektromotornog pogona sa asinhronim motorima sa dizel-električnog agregata", VIII Simpozijum Energetska elektronika - Ee'95, Novi Sad(YU), septembar 1995
- [3] J. Arrillaga, D. Bradley, and P. Bodger, "Power System Harmonics", John Wiley & Sons, Inc. , 1985, New York
- [4] CIGRE – WG 36. 05, "Harmonics, Characteristic Parameters, Method of Study, Estimates of Existing Values in the Network", *Electra*, No. 77, Jul. 1981, pp. 35-54
- [5] Mark F. McGranaghan, David R. Mueller, "Designing Harmonic Filters for Adjustable-Speed Drives to Comply with IEEE-519 Harmonic Limits", *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 35, No. 2, pp. 312-318, March/April 1999
- [6] A. Kusko, "*Emergency/standby power systems*", McGraw – Hill, New York 1989
- [7] M. Petrović, "Elektromehaničko pretvaranje energije", Naučna knjiga, Beograd, 1988
- [8] MATHCAD, ver. 6.0
- [9] P. Krause, "*Analysis of Electric Machinery*", McGraw – Hill, New York 1986
- [10] W. Nuernberg, "*Ispitivanje električnih strojeva*", Školska knjiga, Zagreb 1951

**Abstract:** A detailed model of the synchronous machine appropriate for analysis of relations between higher harmonics of voltages and currents is presented in the paper. The research is focused on salient pole machines. Harmonics of orders  $6N - 1$  and  $6N + 1$  are taken into account together, due to cross relations via rotor equivalent electric circuits. The need for such a refined model of the synchronous machine arise due to necessity to determine the total harmonic distortion of the generator output voltage, when nonlinear load is connected to it. It is shown that complex model is must, or in other words, it is not possible to employ a simple machine presentation using subtransient reactances only.

**AN ADVANCED MODEL OF THE SYNCHRONOUS MACHINE FOR  
HARMONIC POWER FLOW ANALYSIS**

Lidija Pavlović, Dragan Petrović, Zoran Lazarević, Žarko Janda