Stručni rad
UDK:621.311. 1 : 621.3.016.25 : 66.011
BIBLID:0350-8528(2010),20.p. 49-64

Primena metode generalisanog redukovanog gradijenta (GRG) na problem optimalnog izbora lokacije i snage uređaja za kompenzaciju reaktivne snage u distributivnim mrežama

Nada Vrcelj[1], Dragan P. Popović[1], Saša Minić[1]

[1] Institut Nikola Tesla, Koste Glavinića 8a,
11000 Beograd, Srbija
nada@ieent.org, dpopovic@ieent.org, saminic@ieent.org

Kratak sadržaj: U radu je opisana GRG metoda, kao i odgovarajuće proširenje funkcije cilja (minimum ukupnih gubitaka) za njenu primenu na problem kompenzacije reaktivne snage. Analiza efekta je urađena na mreži ED Novi Pazar iz 2002. godine – vršno opterećenje.

Ključne reči: metoda, kompenzacija reaktivne snage, distributivne mreže, generalisan redukovani gradijent

1. Uvod

Kompenzacija reaktivne snage, odnosno njeno generisanje u blizini potrošača, je s obzirom na stalni rast potrošnje i promenu prirode prijemnika, uvek aktuelana tema. Nepoželjni efekti koje izazivaju tokovi reaktivne snage u elektromrežama (povećanje gubitaka snage i energije, smanjenje prenosnih kapaciteta za aktivnu snagu, pogoršanje naponskih prilika i dr.) se kompenzacijom značajno umanjuju.

Pri kompenzaciji reaktivne snage se postavljaju tri osnovna zadatka: izbor vrste kompenzacionih uređaja, adekvatan izbor lokacije za ugradnju izabranih kompenzacionih uređaja i određivanje njihove optimalne snage. Za rešavanje ovih zadataka je neophodno primeniti vrlo složen pristup, odnosno, potrebno je uzeti u obzir veliki broj parametara. Kako je ekonomsko valorizovanje svih uticajnih parametara vrlo teško, to se u analizama vrednuju samo investicioni troškovi i troškovi gubitaka energije i snage.

Da bi navedeni zadaci kompenzacije bili optimalno rešeni potrebno je najpre definisati kriterijum optimizacije. U zavisnosti od izabranog kriterijuma optimizacije definiše se funkcija cilja koja sa odgovarajućim ograničenjima predstavlja matematički model zadatka čiji se optimum traži.

Kada je reč o izboru optimalne lokacije i veličine uređaja za kompenzaciju, što je i tema ovog rada, praktikuje se više načina na koji se vrši ovaj izbor. Jedan od pristupa je da se zavisno od usvojenog kriterijuma izaberu čvorovi pogodni za ugradnju izvora reaktivne snage, a da se zatim odredi optimalna veličina tih izvora. Takav pristup je primenjen i u analizama čiji su rezultati predstavljeni u ovom radu. Naime, na modelu mreže ED Novi Pazar iz 2002. godine sa opterećenjima koja su se imala u trenutku vršnog opterećenja, su najpre izabrani delovi konzuma koji su imali niži faktor snage od željenog, a zatim su određeni optimalni tokovi snage, pri čemu je optimizacija izvršena primenom metode generalisanog redukovanog gradijenta i odgovarajućom ekstenzijom funkcije cilja.

2. Teorijski osnov

Optimalni izbor lokacije i snage kompenzacionih uređaja je u izabranom primeru vršen metodom generalisanog redukovanog gradijenta, a za proračune je korišćen programski paket CLF-OPF. Radi lakšeg razumevanja dobijenih rezultata, smatra se da bi najpre bilo potrebno objasniti suštinu korišćene metode optimizacije, a zatim i na koji način je ona korišćena u navedenom programu i šta je novina koja je bila razlog za nastanak ovog rada.

2.1. GRG metoda optimizacije (Generalisan Redukovani Gradijent)

Ova procedura je iz klase tehnika nazvanih metode redukovanog gradijenta ili metode projekcije gradijenta. Bazirana je na proširenim metodama za linearna ograničenja i primenjuje se na nelinearna ograničenja. Njima se promenljive menjaju tako da aktivna ograničenja budu neprekidno zadovoljena kako se procedura pomera iz tačke u tačku. Ideje za algoritam su dali: D. J. Wilde i C. S. Beightler ("Foundations of Optimization", New Jersey 1967. godine) pod nazivnom *derivativi ograničenja*; P. Wolfe ("Methods of Nonlinear Programming", New York 1963. godine) pod nazivom *metoda redukovanog gradijenta* i J. Abadie i J. Carpentier ("Generalization of the Wolfe Reduced Gradient Method to the Case of Nonlinear Constraints", London 1969. godine) pod nazivom *generalizovani redukovani gradijent*. Prema Mordecai Avriel (Nonlinear Programming: Methods and Analysis, New Jersey 1976. godine), ako su funkcija cilja i ograničenja linearni, ova procedura je Simplex metod linearnog programiranja, a ako ograničenja nisu data, onda je reč o gradijentnoj pretrazi [1].

Razvoj procedure počinje definisanjem nelinearnog problema optimizacije sa nelinearnim ograničenjima u opštoj formi:

Optimizovati: $y(x)$, pod ograničenjima $f(x)=0$, za i=1,2,...m . (1)

y(x) – funkcija cilja,
x – promenljive stanja,
f(x) – jednačine ograničenja.

Neophodna balansna i dodatne varijable za svako ograničenje tipa nejednakosti bi bile dodate kao x_s ili x_s^2. Dakle, postoji *m* jednačina ograničenja i *n* nezavisnih promenljivih, *n>m*. Takođe, bez obzira što nije konkretno navedeno, promenljive mogu da imaju gornje i donje granice i da u toku odvijanja procedure osiguraju da vrednost varijabli bude veća ili jednaka nuli.

Ideja metode GRG je da se problem sa ograničenjima koji se optimizuje preobrazi u problem bez ograničenja putem direktne zamene. Ako je direktna zamena moguća, onda bi broj nezavisnih varijabli mogao da bude smanjen na *(n-m)* i mogla bi da se eliminišu ograničenja tipa jednakosti. Međutim, sa nelinearnim jednačinama ograničenja ne bi bilo moguće da se izračuna *m* jednačina ograničenja za *m* nezavisnih varijabli sa izrazima za preostalih *(n-m)* varijabli, i da se one onda zamene u funkciju cilja. Prema tome, potrebno je primeniti procedure ograničenih varijacija i Lagrange-ovih multiplikatora klasične teorije minimuma i maksimuma. U tom slučaju se funkcija cilja i jednačine ograničenja razvijaju u Taylor-ov red, a onda se zadržavaju samo izrazi prvog reda. Tada, sa ovim linearnim jednačinama, jednačine ograničenja mogu da se koriste za smanjenje broja nezavisnih varijabli. To je dovelo da Jacobian-ove determinante u metodama ograničenih varijacija i Lagrange-ovih multiplikatora, postaju odnos parcijalnih izvoda funkcije cilja i jednačina ograničenja.

GRG metoda je razvijena iz procedure ograničenih varijacija. Koncept se može prikazati na slučaju dve nezavisne promenljive i jednog ograničenja tipa jednakosti, odnosno na sledeći način:

Optimizovati: $y(x_1,x_2)$, pod ograničenjem $f(x_1,x_2)=0$ (2)

Razvojem funkcije cilja u Tayler-ov red oko moguće tačke x_k (x_{1k}, x_{2k}) daje:

$$y(x)=y(x_k)+\frac{\partial y(x_k)}{\partial x_1}(x_1-x_{1k})+\frac{\partial y(x_k)}{\partial x_2}(x_2-x_{2k}) \tag{3}$$

$$0=f(x_k)+\frac{\partial f(x_k)}{\partial x_1}(x_1-x_{1k})+\frac{\partial f(x_k)}{\partial x_2}(x_2-x_{2k}) \tag{4}$$

Zamenom jednačine (3) u jednačinu (4) dobija se:

$$
\begin{aligned}
y(x) &= y(x_k) - \left(\frac{\partial y(x_k)}{\partial x_2}\right)\left(\frac{\partial f(x_k)}{\partial x_2}\right)^{-1} f(x_k) + \\
&+ \left(\frac{\partial f(x_k)}{\partial x_2}\right)^{-1}\left[\frac{\partial y(x_k)}{\partial x_1}\frac{\partial f(x_k)}{\partial x_2} - \frac{\partial y(x_k)}{\partial x_2}\frac{\partial f(x_k)}{\partial x_1}\right](x_1 - x_{1k})
\end{aligned}
\tag{5}
$$

U jednačini (5) prva dva izraza su poznate konstante izračunate u tački x_k. Koeficijent $(x_1\text{-}x_{1k})$ je takođe poznata konstanta i daje smer kretanja x_1. Prema tome, za izračunavanje stacionarne tačke za ovu jednačinu važi $dy/dx=0$ i rezultat je isti kao za ograničene varijacije - izraz u srednjoj zagradi u jednačini (5), i računa se zajedno sa jednačinom ograničenja u stacionarnoj tački. Međutim, izraz u zagradi takođe može biti viđen kao davanje smera kretanja iz tačke xk da bi se dobile bolje vrednosti funkcije cilja i zadovoljila jednačina ograničenja.

Metoda GRG koristi isti pristup kao što je to opisano u primeru sa dve nezavisne promenljive, a to je da se pronađe pravac za poboljšanje funkcije cilja i da jednačine ograničenja budu zadovoljene. Ovo vodi ka izvođenju redukovanog gradijenta iz jednačine (1). Nezavisne varijable su podeljene na bazne i nebazne. Baznih varijabli x_b ima *m*, a nebaznih varijabli x_{nb} ima *(n-m)*. Teoretski, *m* jednačina ograničenja može da se izračuna za *m* baznih varijabli u izrazima za *(n-m)* nebaznih varijabli, odnosno:

$$f_i(x) = f_i(x_b, x_{nb}) = 0 \quad \text{za i=1,2,....m .} \tag{6}$$

Iz jednačine (6) se može dalje dobiti:

$$x_{ib} = \sim f_i(x_{nb}) \quad \text{za i=1,2,....m .} \tag{7}$$

Imena bazne i nebazne varijable su preuzeta iz linearnog programiranja, gde su bazne promenljive bile pozitivne, a nebazne jednake nuli. Međutim, u nelinearnom programiranju nebazne varijable se koriste da se izračunaju vrednosti baznih varijabli i za manipulacije da se dobije optimalna vrednost funkcije cilja.

Funkcija cilja se može tretirati kao funkcija samo nebaznih promenljivih, tako što se jednačine ograničenja (7) koriste za eliminaciju baznih varijabli, odnosno:

$$y(x) = y(x_b, x_{nb}) = y\left[\sim f_i(x_{nb}), x_{nb}\right] = Y(x_{nb}) \ . \tag{8}$$

Razvojem jednačine (8) u Taylor-ov red u okolini tačke x_k i zadržavanjem samo izraza prvog reda dobija se:

$$\sum_{j=1}^{m}\frac{\partial y(x_k)}{\partial x_{j,b}}dx_{j,b}+\sum_{j=m+1}^{n}\frac{\partial y(x_k)}{\partial x_{j,nb}}dx_{j,nb}=\sum_{j=m+1}^{n}\frac{\partial Y(x_k)}{\partial x_{j,nb}}dx_{j,nb}\ . \tag{9}$$

U matričnom obliku može da se napiše kao:

$$\nabla^T Y(x_k)\ dx_{nb}=\nabla^T y_b(x_k)\ dx_b+\nabla^T y_{nb}(x_k)\ dx_{nb}\ . \tag{10}$$

Ova jednačina je uporediva sa jednačinom (3).

Razvojem jednačina ograničenja (6) u Tayler-ov red dobijaju se jednačine koje zamenom u jednačinu (10) eliminišu bazne promenljive.

$$\sum_{j=1}^{m}\frac{\partial f_i(x_k)}{\partial x_j}dx_{j,b}+\sum_{j=m+1}^{n}\frac{\partial f_i(x_k)}{\partial x_{j,nb}}dx_{j,nb}=\ 0\ ,\ \text{za}\ i=1,2,...,m\ . \tag{11}$$

U matričnoj formi jednačina (11) ima oblik:

$$\begin{bmatrix}\frac{\delta f_1(x_k)}{\partial x_1} & . & . & \frac{\delta f_1(x_k)}{\partial x_m}\\ . & & & .\\ . & & & .\\ \frac{\delta f_m(x_k)}{\partial x_1} & . & . & \frac{\delta f_m(x_k)}{\partial x_m}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}dx_{1b}\\ .\\ .\\ dx_{mb}\end{bmatrix}+$$

$$+\begin{bmatrix}\frac{\delta f_1(x_k)}{\partial x_{m+1}} & . & . & \frac{\delta f_1(x_k)}{\partial x_n}\\ . & & & .\\ . & & & .\\ \frac{\delta f_m(x_k)}{\partial x_{m+1}} & . & . & \frac{\delta f_m(x_k)}{\partial x_n}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}dx_{m+1}\\ .\\ .\\ dx_n\end{bmatrix}=0\ . \tag{12}$$

Sledeća jednačina definiše B_b kao matricu privih parcijalnih izvoda funkcije f_i pridruženu baznim varijablama i B_{nb} matricu pridruženu nebaznim varijablama:

$$B_b\, dx_b+B_{nb}\, dx_{nb}=0\ . \tag{13}$$

Ovo je oblik jednačine (12) koji može da se upotrebi za eliminaciju dx_b iz jednačine (10). Izračunavanjem jednačine (12) za x_b dobija se:

$$dx_b=-B_b^{-1}B_{nb}dx_{nb}\ . \tag{14}$$

Zamenom jednačine (14) u jednačinu (10) se dobija:

$$\nabla^T Y(x_k)\, dx_{nb} = -\nabla^T y_b(x_k) B_b^{-1} B_{nb} dx_{nb} + \nabla^T y_{nb}(x_k) dx_{nb} \ . \tag{15}$$

Eliminacijom dxnb iz jednačine (15) je dobijena jednačina za redukovani gradijent:

$$\nabla^T Y(x_k) = -\nabla^T y_b(x_k)\, B_b^{-1} B_{nb} + \nabla^T y_{nb}(x_k) \ . \tag{16}$$

Poznavanjem prvih parcijalnih izvoda funkcije cilja i jednačina ograničenja u mogućoj tački x_k, moguće je iz jednačine (16) izračunati redukovani gradijent. Metoda generalisanog redukovanog gradijenta koristi redukovani gradijent za lociranje boljih vrednosti funkcije cilja, na isti način kako je korišćena gradijentna pretraga kada ne postoje ograničenja, odnosno:

$$x_{nb} = x_{k,nb} + \alpha\, \nabla Y(x_k) \ , \tag{17}$$

gde parametar α određuje linija duž redukovanog gradijenta. Linijsko pretraživanje se koristi za lociranje optimuma $Y(x_{nb})$ duž linije redukovanog gradijenta iz tačke x_k.

Uzimajući da je u koracima ispitivanja α varirano duž linije generalizovanog redukovanog gradijenta, matrice B_b i B_{nb} moraju biti vrednovane zajedno sa gradijentima $\nabla y_b(x_b)$ i $\nabla y_{nb}(x_k)$. Iz tog razloga je neophodno poznavanje x_{nb} i x_b u svakom koraku. Iz jednačine (17) je moguće izračunati x_{nb}, međutim za x_b moraju da se koriste jednačine (6) i često proračun mora biti numerički, korišćenjem metode Newton–Raphson. Većina proračuna koristi ovu metodu za valorizaciju mogućih vrednosti baznih promenljivih, dok se nebazne promenljive računaju iz jednačine (17). Newton–Raphson algoritam je, u skladu sa nomenklaturom za ovu proceduru, dat sledećim jednačinama:

$$x_{i+1,b} = x_{i,b} - B_b^{-1} f(x_{i,b}, x_{nb}) \ , \tag{18}$$

gde se vrednosti jednačina ograničenja (6) računaju za x_b, imajući već izračunate x_{nb} iz jednačina (17). Na ovaj način izvodi koji su računati za generalizovani redukovani gradijent, odnosno matrice B_b, mogu da budu korišćeni za Newton – Raphson proceduru pretraživanja.

2.2. Opis programa CLF-OPF

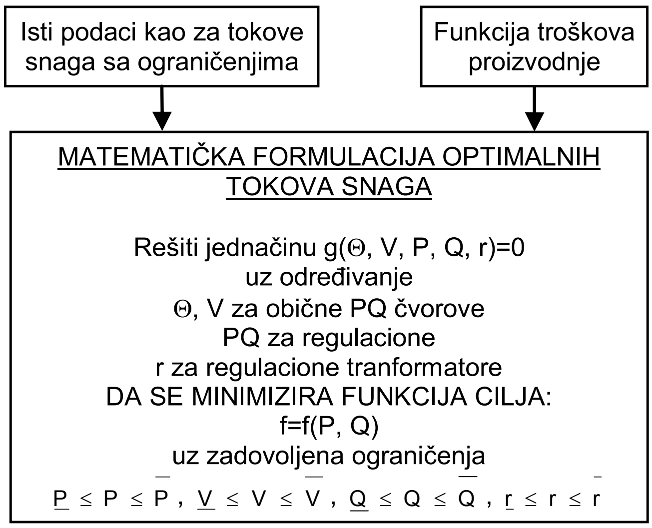
Standardni tok proračuna se odvija tako što se u prvom koraku programa određuju početni tokovi snaga metodom Newton-a. Način na koji se ova metoda primenjuje u programu ne uvažava ograničenja tipa nejednakosti. Kako se može desiti da neka od unapred zadatih ograničenja budu narušena, neophodno je da se pokrene i drugi korak programa. U ovoj etapi se vrši eliminacija nastalih prekoračenja tako što se koriguju pogodno izabrane upravljačke varijable.

U trećem koraku se minimizuje funkcija cilja oblika:

$$F = \sum_{i \in \alpha_s} a_i P_{Gi}^2 + b_i P_{Gi} + c_i Q_{Gi}^2 + d_i Q_{Gi} \ . \qquad (19)$$

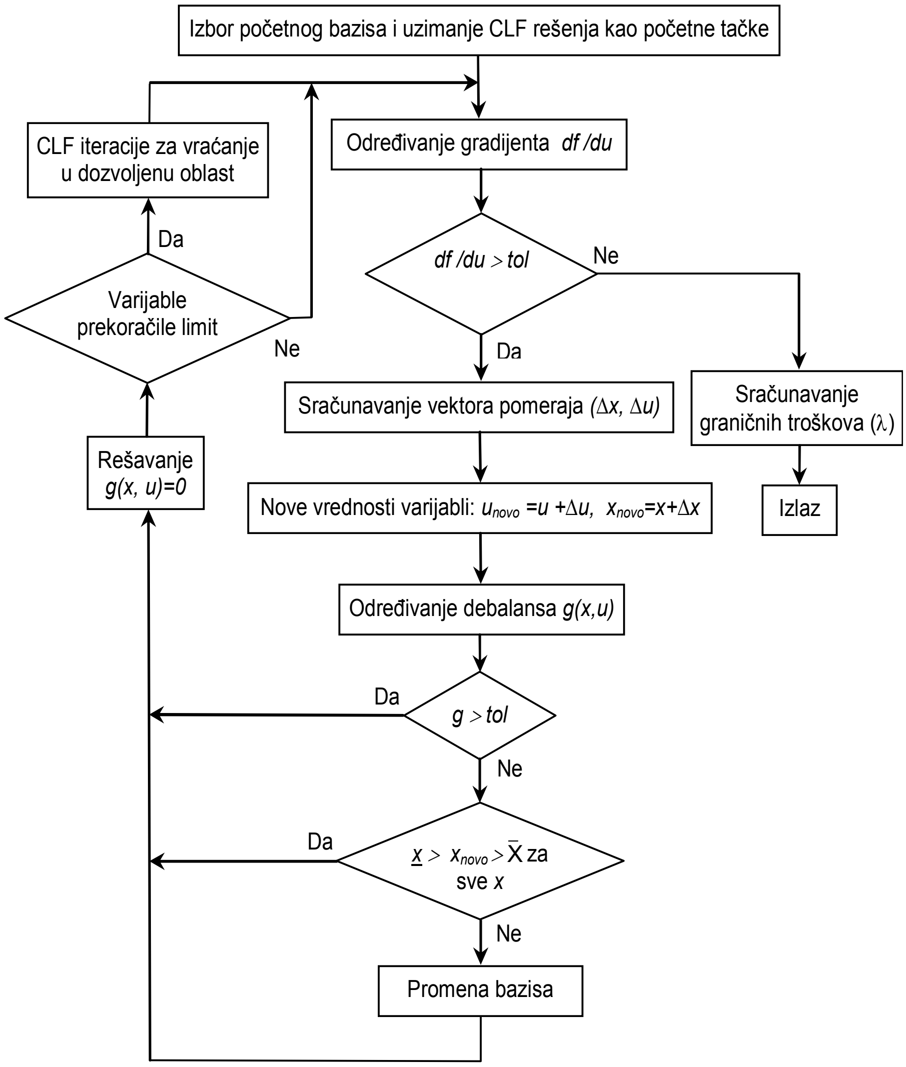
α_s – skup generatorskih čvorova,
a_i, b_i – koeficijenti za linearnu i kvadratnu funkciju troškova proizvedene aktivne snage P_{Gi} u čvoru *i*,
c_i, d_i – koeficijenti za linearnu i kvadratnu funkciju troškova proizvedene reaktivne snage Q_{Gi} u čvoru *i*.

Kako je navedeno u [2], matematička formulacija optimalnih tokova snaga se može prikazati kao Slika 1.



Slika 1. Matematička formulacija optimalnih tokova snaga

Kako je navedeno u [2], procedura određivanja optimalnih tokova snaga primenom GRG metoda u okviru programskog paketa CLF-OPF se može prikazati kao Slika 2.



Slika 2. Procedura određivanja optimalnih tokova snaga primenom GRG metoda

Kao što može da se vidi (Slika 1. i Slika 2.), matematička formulacija optimalnih tokova snaga se svodi na rešavanje jednačina balansa:

$$g(\theta, V, P, Q, r) = 0 \quad , \tag{20}$$

uz određivanje θ i V za obične tzv PQ čvorove i P i Q za regulacione tzv. PV čvorove i r za regulacione transformatore.

Sa primenom GRG metode se započinje definisanjem početnog bazisa, a to je stanje dobijeno nakon primene prvog koraka programa CLF-OPF. Pri tome se varijable definisanog problema dele na varijable stanja *x* (upravljane varijable) i na takozvane upravljačke varijable *u*.

Dobijeno rešenje (*x*, *u*) se zatim pomera ka optimalnom (f_{min}) korišćenjem gradijentnog vektora *df/du*. Treba imati u vidu da je u ovom slučaju *f(x,u)* funkcija cilja i *g(x,u)* ograničenja tipa jednakosti:

$$f = f(x,u)\ ,\ \ g = g(x,u) = 0\ . \tag{21}$$

Odnosno,

$$\frac{df}{du} = \frac{\partial f}{\partial u} - \frac{\partial f}{\partial x}\left[\frac{\partial g}{\partial x}\right]^{-1}\left[\frac{\partial g}{\partial u}\right]\ . \tag{22}$$

Negativna vrednost gradijentnog vektora je osetljivost prvog reda na moguća poboljšanja funkcije cilja. Promenom upravljačkih varijabli u tom smeru smanjuje se funkcija cilja korak po korak na najefikasniji način, vodeći računa da promene varijabli stanja ne ugroze održavanje uslova balansa.

Na osnovu tekuće vrednosti gradijentnog vektora određuje se pomeranje *(Δx,Δu)* u okviru svojih dozvoljenih granica i imajući u vidu:

$$\Delta x = -\left[\frac{\partial g}{\partial x}\right]^{-1}\left[\frac{\partial g}{\partial u}\right]\Delta u\ . \tag{23}$$

Određivanje pomeraja *(Δx,Δu)* u smeru gradijenta df/du uzima u obzir uslove: upravljačke i upravljane varijable moraju da ostanu u okviru svojih dozvoljenih granica i posle određivanja pomeraja; maksimalne promene napona i njihovih uglova treba da budu ograničene u skladu sa fizičkom prirodom problema koji se rešava, sa ciljem da se spreče oscilacije oko optimalnog rešenja.

Dalje se na osnovu novih vrednosti određuje *g=g(x,u)* imajući u vidu da se do novih vrednosti varijabli došlo linearizacijom jednačina balansa u okolini tekuće radne tačke i da je moguće da nove vrednosti ne zadovoljavaju jednačine balansa. Tada se vrši korekcija varijabli stanja primenom metode Njutna (jednačine balansa snaga moraju biti zadovoljene).

Sa vraćanjem u tzv. dozvoljenu oblast nastavlja se sa procedurom traganja za optimalnim rešenjem sve dok vektor pomeraja ne dobije zanemarljivo malu vrednost, odnosno kada je postignuto *df/du* ≤ *tol* (*tol* je unapred zadat mali broj). To znači da je postignuta minimalna vrednost ukupnih troškova proizvodnje aktivne i reaktivne snage. Međutim, procedura se ovde ne završava, već je potrebno da se ispita osetljivosti dobijenog optimalnog rešenja. Naime, teorema dualnosti govori da optimalna vrednost svake dualne varijable određuje priraštaj vrednosti funkcije cilja za jedinični priraštaj konstanti u desnim delovima jedančina ograničenja tipa jednakosti, odnosno ona je odgovarajuća mera osetljivosti optimalne vrednosti na varijacije slobodnih čvorova (dualna varijabla pridružena svakom ograničenju je tzv. marginalni trošak tog ograničenja). Imajući to u vidu, vektor dualnih varijabli:

$$[\lambda] = \left[\frac{\partial f}{\partial x}\right]\left[\frac{\partial g}{\partial x}\right]^{-1} . \tag{24}$$

interpretira osetljivost finkcije cilja (ukupni troškovi proizvodnje aktivne i reaktivne snage generatora) uvažavajući ograničenja tipa jednakosti *g(x,u)=0*. Odnosno, dualna varijabla pridružena svakom ograničenju je marginalni trošak toga ograničenja. Dualna varijabla u sledećam obliku:

$$\lambda_i = \frac{\partial f}{\partial P_i}\left[\frac{\partial g}{\partial x}\right]^{-1} . \tag{25}$$

prikazuje povećanje ukupnih troškova proizvodnje *f*, ako se desna strana jednačine balansa (26) poveća za 1p.u., odnosno ako se opterećenje u čvoru *i* smanji za 1p.u. Iz tog razloga veličina (27) gde L_i označava opterećenje u čvoru *i*, predstavlja marginalni trošak proizvodnje za opterećenje u čvoru *i*.

$$\mathrm{real}\left\{V_k \sum_{i=1}^{N} Y_{km}^{*} V_m\right\} - P_i = 0 . \tag{26}$$

$$-\lambda_i = \frac{\partial f}{\partial L_i} . \tag{27}$$

Računarski program CLF-OPF izračunava marginalne troškove za dobijeno optimalno rešenje koristeći iznverznu matricu Jacobian-a određenu u optimalnoj radnoj tački. Odnosno, daju se sledeće varijable pridružene jednačinama balansa koje predstavljaju marginalne troškove zahteva potrošača P_l i Q_l:

$$u_k = \frac{df}{dP_{Lk}} ,\ u_k = \frac{df}{dQ_{Lk}} . \tag{28}$$

Na ovaj način, dualne varijable su mera povećanja proizvodnih troškova ako se zahtev opterećenja u čvoru k poveća za 1 MW, odnosno 1 Mvar.

2.3. Proširenje funkcije cilja

Novina u korišćenju opisane metode, a koja je i tema ovog rada, je ideja da se proširi funkcija cilja na takav način da se uz optimalne tokove snage vrši i optimalan izbor lokacije i snage izvora za kompenzaciju, odnosno:

$$F = \sum_{i \in \alpha_s} a_i P_{Gi}^{\,2} + b_i P_{Gi} + c_i Q_{Gi}^{\,2} + d_i Q_{Gi} + \sum_{i \in \alpha_b} e_i \, Q_{BC_i} \; . \qquad (29)$$

e_i – koeficijenti za funkciju troškova proizvedene reaktivne snage u čvoru *i*, od strane uređaja za kompenzaciju reaktivne snage

Q_{BCi} – proizvedena reaktivna snaga u čvoru i od strane uređaja za kompenzaciju reaktivne snage

α_b – skup čvorova, potencijalnih kanditata za ugradnju kompenzacionih uređaja

Na ovaj način se optimizacija vrši ne samo u smislu minimalnih troškova proizvodnje aktivne i reaktivne snage već i snage uređaja za kompenzaciju za unapred definisan skup čvorova.

3. Praktični primer

Opisana metoda optimizacije je, kao što je već rečeno, primenjena na modelu mreže ED Novi Pazar iz 2002. godine sa opterećenjima koja su se imala u trenutku vršnog opterećenja na nivou kompletne mreže u zimskom periodu 2001-2002. godina [3]. Opisana mreža je radijalna, a kao balansni čvor sistema je modelovana TS 110/35 kV Novi Pazar 1, odnosno sabirnice 110 kV u ovoj TS (napon na ovim sabirnicama je u posmatranom trenutku, kao i u toku svih analiza, iznosio 100 kV). Osim TS 110/35 kV Novi Pazar 1, modelovane su i TS 110/35(10) kV Novi Pazar 2 i kompletna mreža 35 i 10 kV, odnosno TS 35/10 kV Sever, Jug, Istok, Zapad, Centar, Kula, Janča, Žirče i Tutin sa odgovarajućim vodovima 35 kV, kao i sve TS 10/0.4 kV sa odgovarajućim vodovima 10 kV (ukupno ih je bilo 395 - misli se na TS 10/0.4 kV). Mala hidroelektrana Kula je modelovana kako je i inače bila u pogonu u posmatranom trenutku, odnosno sa generisanjem 2.2 MW i 0.45 Mvar.

Pre nego što se pristupilo proračunima koji se odnose na kompenzaciju reaktivne snage, izvršene su odgovarajuće analize sa ciljem da se iskoriste sve eksploatacione mogućnosti postojeće mreže, odnosno, definisane su i izvršene promene u mreži u smislu optimizacije uklopnog stanja i optimalne regulacije napona u TS 110/X kV, kao i TS X/10 kV.

Proračuni optimalne snage kompenzatora su vršeni u tri slučaja. Najpre je za optimalnu lokaciju ugradnje izvora reaktivne snage izabrana samo niženaponska strana u TS 110/35 kV Novi Pazar 1. U drugom slučaju su to bile sabirnice 10 kV u TS X/10 kV. Treći slučaj je bio nešto komplikovaniji, odnosno za ugradnju kompenzatora su birane sabirnice 10 kV u TS 10/0.4 kV na izvodima na kojima su se imali najveći gubici i najlošije naponske prilike.

Što se tiče samog proračuna optimalne snage izvora kapacitivne snage, izabrano je da funkcija cilja (24) bude linearna, odnosno da koeficijenti a_i i c_i

budu jednaki nula. Koeficijenti troškova reaktivne snage su pri proračunima bili sto puta niži od koeficijenta troškova aktivne snage, kao što se u praksi realno i dešava. Ekstenzija funkcije cilja je u postojećem programu CLF-OPF izvršena tako što su čvorovi koji su u opisanim proračunima izabrani za ugradnju kompenzatora promenili svoju prirodu, odnosno iz potrošačkih čvorova su prešli u generatorske, i kao takvi su tretirarni. Naime, za njih su granice generisanja aktivne snage postavljene na nula, a za generisanje reaktivne snage je važilo: minimalna granica je bila nula, jer se u posmatranoj mreži kompenzacija vršila proizvodnjom kapacitivne reaktrivne snage; maksimalna granica za svaki čvor je bila određena posebno, i to na osnovu stanja u mreži pre kompenzacije, a na osnovu zahteva da ne dodje do prekompenzacije. Na ovaj način su i za čvorove u kojima je vršena kompenzacija važili isti koeficijenti troškova reaktivne snage kao za realne generatorske čvorove.

Dakle, ukoliko bi se u čvorovima u kojima se vršila kompenzacija reaktivne snage, može proizvesti ista kapacitivna snaga sa manjim troškovima, onda bi investicija u ugradnju kompenzatora bila rentabilna. Međutim, kako se pri izradi ovog rada nije raspolagalo sa adekvatnim cenama kondenzatorskih baterija i kako harmonijska analiza, koja prati njihovu ugradnju, nije bila tema ovog rada, to se nije ni ulazilo u ekonomsku analizu efekata kompenzacije. Rezultati proračuna su dati tabelarno, a efekti su izraženi preko smanjenja gubitaka aktivne snage (efekat oslobađanja kapaciteta elemenata mreže nije uziman u obzir, ali nije zanemarljiv, jer su tretirani visoko opterećeni elementi mreže). Naime, ukoliko je gustina struje u vodovima veća od vrednosti koja se smatra ekonomičnom za posmatrani vod, efekat smanjenja gubitaka je dominantan.

3.1. Rezultati proračuna

U prvom slučaju, odnosno kada su za optimalnu lokaciju ugradnje uređaja za kompenzaciju reaktivne snage izabrane sabirnice 35 kV u TS 110/35 kV Novi Pazar 1, proračunata optimalna snaga uređaja za kompenzaciju je iznosila 16.571 Mvar. Smanjenje gubitaka je iznosilo 13 kW, a kako je za cenu gubitaka aktivne snage usvojen iznos od 250 EUR/kW, ukupna godišnja ušteda usled kompenzacije bi iznosila oko 3 250 EUR (Tabela 5. - Godišnja ušteda od 196.13 EUR/Mvar je značajno manja od godišnjih troškova za kompenzaciju koji iznose od 2 000 EUR/Mvar do 6 000 EUR/Mvar).

Za situaciju da se uređaji za kompenzaciju ugrađuju na sabirnice 10 kV u sve TS 35/10 kV na području kompletne ED Novi Pazar, dobile su se optimalne snage date kao Tabela 1. Efekti kompenzacije su dati kao Tabela 5.

Proračunima koji su se odnosili na izbor optimalne snage uređaja za kompenzaciju koji bi se ugradili na sabirnice 10 kV u izbranim TS 10/0.4 kV su se dobile vrednosti navedene kao Tabela 2.

Tabela 1. Pregled optimalnih snaga uređaja za kompenzaciju koje je potrebno ugraditi na sabirnice 10 kV TS X/10 kV na području ED Novi Pazar

Naziv čvora	Qk (Mvar)
Sabirnice 10 kV TS 35/10 kV Zirče	0.363
Sabirnice 10 kV TS 35/10 kV Tutin	0.388
Sabirnice 10 kV TS 35/10 kV Kula	0.238
Sabirnice 10 kV TS 35/10 kV Janča	0
Sabirnice 10 kV TS 35/10 kV Sever	0.036
Sabirnice 10 kV TS 35/10 kV Zapad	1.896
Sabirnice 10 kV TS 35/10 kV Centar	2.105
Sabirnice 10 kV TS 35/10 kV Jug	2.902
Sabirnice 10 kV TS 110/10 kV Novi Pazar 2	1.798
Ukupno	9.726

Tabela 2. Pregled optimalnih snaga uređaja za kompenzaciju koje je potrebno ugraditi na sabirnice 10 kV TS 10/0.4 kV na području ED Novi Pazar

Naziv čvora	Qk (Mvar)
Morani 160 kVA	0.144
Kočarnik 50 kVA	0.179
Radalica 100 kVA	0.216
Bajevica 1 100 kVA	0.459
Jukovača 2 250 kVA	0.107
Vranovina 2 160 kVA	0
Šavci 100 kVA	0.267
Repetitor 50 kVA	0.015
Šutenovac 1 400 kVA	0.778
Šestovo 250 kVA	0

Promena gubitaka po elementima mreže i naponskim nivoima za sva tri slučaja je data kao Tabela 3., dok je smanjenje gubitaka dato kao Tabela 4. Kao što može da se vidi, najveća ušteda se postiže kada se uređaji za kompenzaciju ugrađuju na sabirnice 10 kV u TS 35/10 kV. U tom slučaju je, kao što se i očekivalo, smanjenje gubitaka najveće na vodovima i transformatorima 35 kV. Međutim, s obzirom na ukupnu snagu kompenzacije, najpovoljniji slučaj se ima kada se kompenzacija vrši najbliže potrošačima, odnosno u trećem slučaju. Naime, Tabela 5. predstavlja zbirno posmatrane efekte kompenzacije i izračunatu granicu rentabilnosti za svako posmatrano stanje. S obzirom na dobijene vrednosti, može se videti da u trećem slučaju godišnji troškovi kompenzacije mogu biti najveći (13 985.34 EUR/Mvar). Kako godišnji troškovi kompenzacije ne prelaze 6 000 EUR/Mvar to se može reći da je u ovom slučaju kompenzacija visoko rentabilna.

Rezultate proračuna treba ipak uzeti sa rezervom, jer su proračuni vršeni u trenutku vršnog opterećenja kompletne mreže u periodu 2001-2002. godina, odnosno kada su se imali i najveći gubici u mreži. S obzirom da je u letnjem periodu opterećenje elemenata mreže svakako niže to bi i ušteda koja bi se postigla kompenzacijom bila niža. Naravno, ukoliko bi u tom periodu i bilo potrebe za kompenzacijom reaktivne snage na svim lokacijama na kojima je predviđena zimi. Dakle, može se reći da su realne vrednosti za granicu rentabinosti nešto niže od navedenih, ali da njihov međusobni odnos (za posmatrana tri slučaja kompenzacije) ostaje isti.

Tabela 3. Pregled promene gubitaka po elementima mreže i naponskim nivoima za sva tri analizirana stanja

Elementi mreže	Pre komp. (MW)	1 (MW)	2 (MW)	3 (MW)
Vodovi 10 kV	1.125	1.135	1.095	1.041
Vodovi 35 kV	1.020	1.020	0.914	0.976
Transformatori 35/10 kV	0.307	0.307	0.275	0.298
Vodovi 110 kV	0.017	0.018	0.016	0.017
Transformatori 110/X kV	0.216	0.190	0.193	0.208
Ukupno	2.685	2.67	2.493	2.54

Tabela 4. Pregled promene gubitaka po elementima mreže i naponskim nivoima za sva tri analizirana stanja

Elementi mreže	1 (kW)	2 (kW)	3 (kW)
Vodovi 10 kV	-10	30	84
Vodovi 35 kV	0	106	44
Transformatori 35/10 kV	0	32	9
Vodovi 110 kV	-1	1	0
Transformatori 110/X kV	26	23	8
Ukupno	15	192	145

Tabela 5. Pregled promene gubitaka po elementima mreže i naponskim nivoima za sva tri analizirana stanja

Mesto ugradnje kompenzatora	Godišnje smanjenje gubitaka (kW)	Godišnja ušteda (10^3 EUR)	Granica rentabilnosti (EUR/Mvar/god)	Ukupna snaga komp. pri Un (Mvar)
Sabirnice 35 kV u TS 110/35 kV Novi Pazar 1	13	3. 250	196.13	16.571
Sabirnice 10 kV u TS X/10 kV	192	48	4 935.23	9.726
Sabirnice 10 kV u TS 10/0.4 kV	145	36.250	13 985.34	2.592

4. Zaključak

U ovom radu je opisano na koji način je potrebno proširiti funkciju cilja u okviru proračuna optimalnih tokova snaga korišćenjem programa CLF-OPF. S obzirom na prirodu problema koji se rešava, smatra se da je moguće primeniti isti pristup i u nekom drugom programskom paketu iz iste grupe.

Kako efekti kompenzacije zavise od izbora lokacije na kojima se planira ugradnja kompenzacionih uređaja, odnosno od kriterijuma na osnovu kojih se te lokacije biraju, poželjno je pre proračuna definisati te kriterijume u skladu sa zahtevima korisnika (popravka faktora snage na određenu vrednost, određena vrednost pada napona na izvodu, konkretni zahtevi potrošača sa prioritetom i sl.).

Literatura

[1] Ralph W. Pike, "Optimization for Engineering Systems, The Complete Book", Louisiana State University (2001.)

[2] Dragan P. Popović, Miloš Lj. Stojković: "Naponsko-reaktivna stanja prenosnih mreža", Elektrotehnički institut Nikola Tesla, Beograd (2009.)

[3] Studija Instituta Nikola Tesla: Dalji razvoj elektrodistributivne mreže i izbor srednjeg napona na području EPS JP Elektrosrbija Kraljevo – Razvoj distributivne mreže i izbor srednjeg napona na području ED Novi Pazar za period do 2020. godine, Beograd, (2004.)

Abstract. The paper describes the GRG method, and the corresponding expansion of the objective function (minimum total losses) for its application to the problem of reactive power compensation. Analysis of the effect is done in the network ED Novi Pazar, 2002. year - peak load.

Keywords: method, compensation of reactive power, distribution network, generalized reduced gradient

Application of the Method of Generalized Reduced Gradient (GRG) to the Problem of the Optimal Location and Power Devices for Reactive Power Compensation in Distribution Networks

Rad primljen u uredništvo 22.11.2010. godine
Rad prihvaćen 29.11.2010. godine