

UPOTREBA RAČUNARA U PRAKTIČNOJ REALIZACIJI HELMHOLCOVIH KALEMOVA

Saša Milić

Elektrotehnički institut "Nikola Tesla" u Beogradu

Sadržaj: U radu se prikazuje upotreba računara za proračun gabarita, broja zavojaka, jačine struje i horizontalne komponente magnetske indukcije u Helmholcovim kalemovima. Za potrebe realizacije računarskog programa, urađen je matematički model Helmholcovih kalemova.

Ključne reči: Helmholcovi kalemovi / horizontalna komponenta magnetske indukcije / matematički model / programski paket "LABVIEW 4.01".

1 UVOD

Teorijski posmatrano, Helmholcovi kalemovi se sastoje od dva koaksijalna zavojka istih poluprečnika kroz koje protiče struja iste jačine. Ako su zavojci sasvim blizu jedan drugome, magnetsko polje u njihovoj okolini je približno isto kao polje jednog zavojka sa strujom jačine dva puta većom od struje jednog zavojka. Ako zavojke postepeno razmičemo, aksijalna komponenta vektora u horizontalnoj osi će se menjati. Glavna osobina ovih kalemova je homogenost magnetskog polja u ograničenom domenu čija se osa poklapa sa glavnom osom kalemova [4], [5].

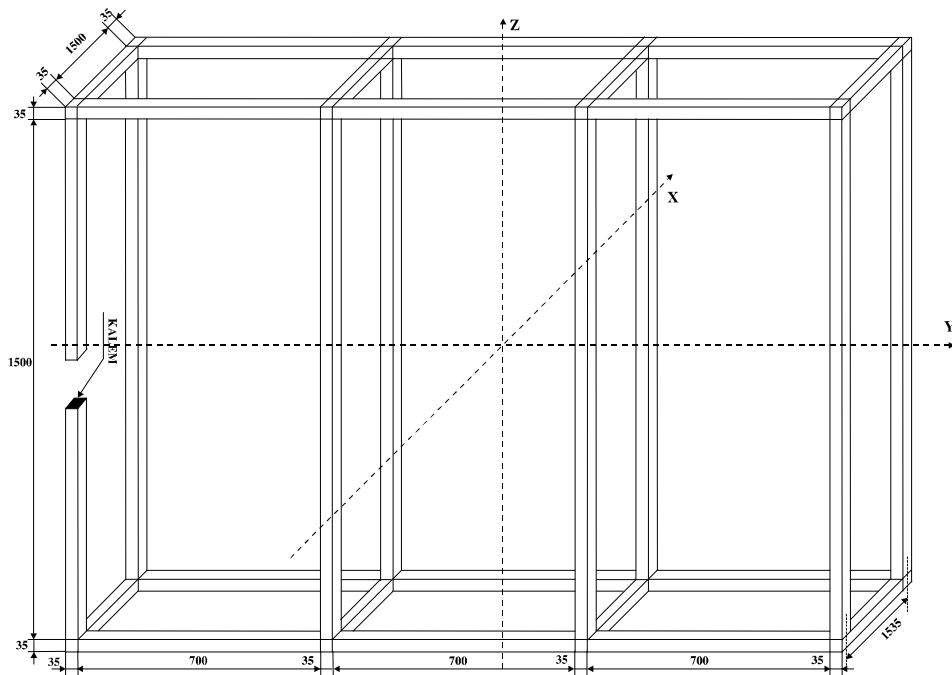
Praktična realizacija Helmholcovih kalemova se često izvodi tako da njihova konstrukcija podseća na kavez [2]. Razlog za ovakvu konstrukciju je jednostavnije tehničko izvođenje nosača zavojaka kalemova kvadratnog oblika (sa povećanjem dimenzija komplikuju se tehnološki postupci za proizvodnju pravilnih kružnih nosača).

U praksi se često javlja potreba za Helmholcovim kalemovima u kojima je potrebno ispitivati i kalibrisati senzore većih gabarita npr. indukcione zavojnice ili solenoide. Posebno je poželjno poznavati vrednost magnetske indukcije u pojedinim tačkama unutar kalemova kako bi se utvrdilo da li je moguće ispitivati željeni magnetski senzor u postojećim kalemovima sa željenom tačnošću.

U ovom radu je prezentovana upotreba računara za određivanje gabarita, broja zavojaka, jačine struje i horizontalne komponente magnetske indukcije u Helmholcovim kalemovima.

2 MATEMATIČKI MODEL

Matematički model i je urađen na osnovu Helmholcovih kalemova koji su sačinjeni od 4×10 zavojaka oblika kvadrata, koji su postavljeni u istoj osi na podjednakom rastojanju. Cela konstrukcija podseća na kavez sl.1, a zavojci se smeštaju u noseće profile konstrukcije.



Sl. 1. Helmholtcovi kalemovi sa 4x10 paralelno postavljena (pravougaona) zavojka.

Matematički model Helmholtcovih kalemova je urađen na osnovu Bio-Savarovog zakona (1). Ovaj zakon elektromagnetske indukcije je primenjen na prav provodnik ograničene dužine (dužina provodnika je jednaka srednjoj širini ili visini samog kalema) i dobijen je izraz za elektromagnetsku indukciju u nekoj tački (2), a najkraće rastojanje te tačke od posmatranog pravog provodnika je r . Koordinatni sistem u odnosu na koji se pozicionira tačka u Helmholtcovim kalemovima je postavljen u preseku glavnih osa kalemova sl.1.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{I \cdot d\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2} \quad (1)$$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot r} \cdot \int_{-\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta \cdot d\theta = \frac{\mu_0 \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot r} \cdot (\sin \theta_1 + \sin \theta_2) \quad (2)$$

U matematičkom smislu, kalem je raščlanjen na 16 pojedinačnih provodnika različito postavljenih u prostoru jedan u odnosu na drugi čije se dužine poklapaju sa srednjom širinom odnosno srednjom visinom kalema. Zbir projekcija magnetskih indukcija, ovako definisanih provodnika, na glavnu osu predstavlja horizontalnu komponentu magnetske indukcije u posmatranoj tački (koordinate posmatrane tačke su date promenljivima X , Y i Z).

Matematički model je sastavljen od naredne 33 jednačine: prvih 16 jednačina od (3) do (18) predstavljaju najkraće rastojanje tačke u kojoj određujemo magnetsku indukciju jednog od 16 provodnika (posmatrana tačka se nalazi unutar kalemova i ima koordinate X , Y i Z), drugih 16 jednačina od (19) do (34) određuju horizontalne

projekcije magnetske indukcije svakog provodnika pojedinačno u posmatranoj tački i poslednja jednačina (35) predstavlja ukupnu horizontalnu komponentu magnetske indukcije u posmatranoj tački. Srednja visina kalema i srednja širina kalema su označeni sa H (jer su okca kvadratnog oblika), a srednje rastojanje između zavojaka sa h . Zavojska ima 4×10 postavljenih paralelno u odnosu jedan prema drugom i na podjednakim rastojanjima h .

$$r_1 = \sqrt{\left(\frac{3 \cdot h}{2} + Y\right)^2 + \left(\frac{H}{2} + X\right)^2} \quad (3)$$

$$r_2 = \sqrt{\left(\frac{3 \cdot h}{2} + Y\right)^2 + \left(\frac{H}{2} - Z\right)^2} \quad (4)$$

$$r_3 = \sqrt{\left(\frac{3 \cdot h}{2} + Y\right)^2 + \left(\frac{H}{2} - X\right)^2} \quad (5)$$

$$r_4 = \sqrt{\left(\frac{3 \cdot h}{2} + Y\right)^2 + \left(\frac{H}{2} + Z\right)^2} \quad (6)$$

$$r_5 = \sqrt{\left(\frac{h}{2} + Y\right)^2 + \left(\frac{H}{2} + X\right)^2} \quad (7)$$

$$r_6 = \sqrt{\left(\frac{h}{2} + Y\right)^2 + \left(\frac{H}{2} - Z\right)^2} \quad (8)$$

$$r_7 = \sqrt{\left(\frac{h}{2} + Y\right)^2 + \left(\frac{H}{2} - X\right)^2} \quad (9)$$

$$r_8 = \sqrt{\left(\frac{h}{2} + Y\right)^2 + \left(\frac{H}{2} + Z\right)^2} \quad (10)$$

$$r_9 = \sqrt{\left(\frac{h}{2} - Y\right)^2 + \left(\frac{H}{2} + X\right)^2} \quad (11)$$

$$r_{10} = \sqrt{\left(\frac{h}{2} - Y\right)^2 + \left(\frac{H}{2} - Z\right)^2} \quad (12)$$

$$r_{11} = \sqrt{\left(\frac{h}{2} - Y\right)^2 + \left(\frac{H}{2} - X\right)^2} \quad (13)$$

$$r_{12} = \sqrt{\left(\frac{h}{2} - Y\right)^2 + \left(\frac{H}{2} + Z\right)^2} \quad (14)$$

$$r_{13} = \sqrt{\left(\frac{3 \cdot h}{2} - Y\right)^2 + \left(\frac{H}{2} + X\right)^2} \quad (15)$$

$$r_{14} = \sqrt{\left(\frac{3 \cdot h}{2} - Y\right)^2 + \left(\frac{H}{2} - Z\right)^2} \quad (16)$$

$$r_{15} = \sqrt{\left(\frac{3 \cdot h}{2} - Y\right)^2 + \left(\frac{H}{2} - X\right)^2} \quad (17)$$

$$r_{16} = \sqrt{\left(\frac{3 \cdot h}{2} - Y\right)^2 + \left(\frac{H}{2} + Z\right)^2} \quad (18)$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot r_1} \cdot \left[\sin \left(\arctg \frac{H - Z}{r_1} \right) + \sin \left(\arctg \frac{H + Z}{r_1} \right) \right] \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{H + X}{r_1} \right) \quad (19)$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot r_2} \cdot \left[\sin \left(\arctg \frac{H - X}{r_2} \right) + \sin \left(\arctg \frac{H + X}{r_2} \right) \right] \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{H - Z}{r_2} \right) \quad (20)$$

$$B_3 = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot r_3} \cdot \left[\sin \left(\arctg \frac{H + Z}{r_3} \right) + \sin \left(\arctg \frac{H - Z}{r_3} \right) \right] \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{H - X}{r_3} \right) \quad (21)$$

$$B_4 = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot r_4} \cdot \left[\sin \left(\arctg \frac{H + X}{r_4} \right) + \sin \left(\arctg \frac{H - X}{r_4} \right) \right] \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{H + Z}{r_4} \right) \quad (22)$$

$$B_5 = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot r_5} \cdot \left[\sin \left(\arctg \frac{H - Z}{r_5} \right) + \sin \left(\arctg \frac{H + Z}{r_5} \right) \right] \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{H + X}{r_5} \right) \quad (23)$$

$$B_6 = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot r_6} \cdot \left[\sin \left(\arctg \frac{H - X}{r_6} \right) + \sin \left(\arctg \frac{H + X}{r_6} \right) \right] \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{H - Z}{r_6} \right) \quad (24)$$

$$B_7 = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot r_7} \cdot \left[\sin \left(\arctg \frac{H+Z}{2} \right) + \sin \left(\arctg \frac{H-Z}{2} \right) \right] \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{H-X}{r_7} \right) \quad (25)$$

$$B_8 = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot r_8} \cdot \left[\sin \left(\arctg \frac{H+X}{2} \right) + \sin \left(\arctg \frac{H-X}{2} \right) \right] \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{H+Z}{r_8} \right) \quad (26)$$

$$B_9 = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot r_9} \cdot \left[\sin \left(\arctg \frac{H-Z}{2} \right) + \sin \left(\arctg \frac{H+Z}{2} \right) \right] \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{H+X}{r_9} \right) \quad (27)$$

$$B_{10} = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot r_{10}} \cdot \left[\sin \left(\arctg \frac{H-X}{2} \right) + \sin \left(\arctg \frac{H+X}{2} \right) \right] \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{H-Z}{r_{10}} \right) \quad (28)$$

$$B_{11} = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot r_{11}} \cdot \left[\sin \left(\arctg \frac{H+Z}{2} \right) + \sin \left(\arctg \frac{H-Z}{2} \right) \right] \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{H-X}{r_{11}} \right) \quad (29)$$

$$B_{12} = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot r_{12}} \cdot \left[\sin \left(\arctg \frac{H+X}{2} \right) + \sin \left(\arctg \frac{H-X}{2} \right) \right] \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{H+Z}{r_{12}} \right) \quad (30)$$

$$B_{13} = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot r_{13}} \cdot \left[\sin \left(\arctg \frac{H-Z}{2} \right) + \sin \left(\arctg \frac{H+Z}{2} \right) \right] \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{H+X}{r_{13}} \right) \quad (31)$$

$$B_{14} = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot r_{14}} \cdot \left[\sin \left(\arctg \frac{H-X}{2} \right) + \sin \left(\arctg \frac{H+X}{2} \right) \right] \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{H-Z}{r_{14}} \right) \quad (32)$$

$$B_{15} = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot r_{15}} \cdot \left[\sin \left(\arctg \frac{H+Z}{2} \right) + \sin \left(\arctg \frac{H-Z}{2} \right) \right] \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{H-X}{r_{15}} \right) \quad (33)$$

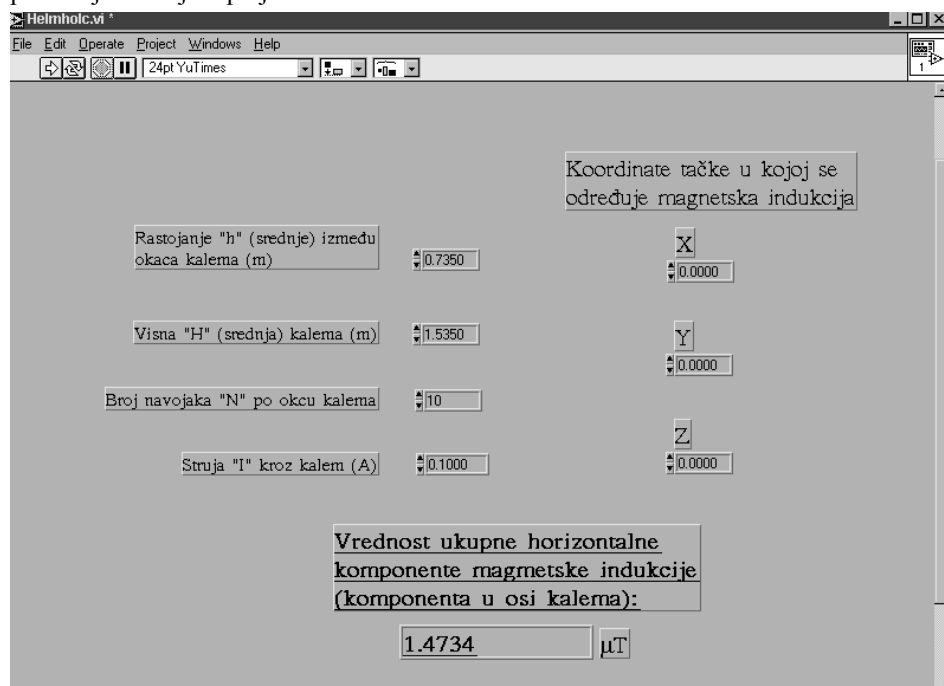
$$B_{16} = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot r_{16}} \cdot \left[\sin \left(\arctg \frac{H+X}{2} \right) + \sin \left(\arctg \frac{H-X}{2} \right) \right] \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{H+Z}{r_{16}} \right) \quad (34)$$

Ukupna horizontalna komponenta magnetske indukcije u posmatranoj tački (sa koordinatama X , Y i Z) je zbir prethodno izvedenih pojedinih horizontalnih komponenti magnetskih indukcija za pojedine segmente provodnika:

$$B = \sum_{i=1}^{16} B_i \quad (35)$$

3 RAČUNARSKI PROGRAM

Matematički model Helmholtzovih kalemova je poslužio za izradu računarskog programa pomoću kojeg je lako odrediti vrednost horizontalne komponente magnetske indukcije u pravcu glavne ose kalema u nekoj tački unutar kalema (kao i van njega, samo što nam to nije od interesa). Za izradu računarskog programa korišćen je programski paket "Labview 4.01" [7], [8], [9], [11], [12]. Računarski program je poslužio za proračun Helmholtzovih kalemova i za izračunavanje horizontalne komponente magnetske indukcije u pojedinim tačkama unutar kalema. Na sl.2 je prikazana radna maska koja se pojavljuje prilikom startovanja programa. Putem jednostavnog upisivanja u postojeća polja na ekranu (pored svakog polja je objašnjenje čemu služi) unose se željene vrednosti za: srednju širinu i visinu kalemova, srednje rastojanje između zavojaka, broj namotaja, jačinu struje i koordinate (X, Y i Z) tačke u kojoj određujemo horizontalnu komponentu magnetske indukcije. Rezultat rada programa (vrednost horizontalne komponente magnetske indukcije) se ispisuje u poslednjem donjem polju.



Sl. 2. Radna maska računarskog programa za proračun Helmholtzovih kalemova.

Program je napisan na osnovu prethodnih jednačina za horizontalnu komponentu magnetske indukcije pojedinih članaka zavojaka kalemova, a pruža mogućnost da se na osnovu proizvoljnih dimenzija, proizvoljnog broja zavojaka i proizvoljne jačine struje izračuna vrednost horizontalne komponente magnetske indukcije u željenoj tački

(dimenzije tačke se unose u polja X, Y i Z, a koordinatni sistem je postavljen u preseku glavnih osa kalemova).

4 PREGLED REZULTATA PRORAČUNA

Rezultati magnetske indukcije, u pojedinim proizvoljno izabranim tačkama unutar kalemova, su dobijeni korišćenjem računarskog programa. U tabelama 1. i 2. su prezentirani rezultati proračuna vrednosti horizontalnih komponenti magnetskih indukcija (u tačkama sa istim koordinatama za oba kalema) za dve vrste kalemova sa različitim dimenzijama:

*Tabela 1. Vrednosti magnetske indukcije za gabaritno manji Helmholtcov kalem
($H=1.035\text{ m}$, $h=0.535\text{ m}$, $N=10$, $I=0.1\text{ A}$)*

	X (m) koordinata	Y (m) koordinata	Z (m) koordinata	B (μT)
A ₀	0	0	0.1840	2.0250
A ₁	0	0.0460	0.1840	2.0318
B ₀	0.1300	0	0.1300	2.0310
B ₁	0.1300	0.0460	0.1300	2.0371
C ₀	0	0	0	2.0531
C ₁	0	0.0460	0	2.0552

*Tabela 2. Vrednosti magnetske indukcije za gabaritno veći Helmholtcov kalem
($H=1.535\text{ m}$, $h=0.735\text{ m}$, $N=10$, $I=0.1\text{ A}$)*

	X (m) koordinata	Y (m) koordinata	Z (m) koordinata	B (μT)
A ₀	0	0	0.1840	1.4692
A ₁	0	0.0460	0.1840	1.4701
B ₀	0.1300	0	0.1300	1.4699
B ₁	0.1300	0.0460	0.1300	1.4708
C ₀	0	0	0	1.4734
C ₁	0	0.0460	0	1.4738

Na osnovu rezultata datih u tabelama 1. i 2. se može videti da se horizontalna komponenta magnetske indukcije najviše menja u osi koja prolazi kroz tačke A₀ i A₁:

Za manje Helmholtcove kalemove je ta promena ΔB_M veća i iznosi:

$$\Delta B_M = B(A_1) - B(A_0) = 2.0318 - 2.0250 = 0.0068 \mu\text{T} \cong 7 \text{ nT}$$

dok je za veće Helmholtcove kalemove ta promena ΔB_V manja i iznosi

$$\Delta B_V = B(A_1) - B(A_0) = 1.4701 - 1.4692 = 0.0009 \mu\text{T} \cong 1 \text{ nT}$$

LITERATURA

- [1] R. Berkman, V. Korepanov, "Digital measurement system for magnetic field study", IMECO TC-4 Symposium, 253-256, September, Naples, Italy, 1998.

- [2] K. Pajunpaa, V. Korepanov, E. Klimovich "Calibration system for vector DC magnetometers", Nurmijarvi Geophysical Observatory, National Space Agency - Lviv Ukraine, 97-102.
- [3] A. Moldovanu, E.D. Diaconu, C. Ioan, E. Moldovanu, "Magnetometric sensors with improved functional parameters", Journal of Magnetism and Magnetic Materials 157/158, 442-443, 1996.
- [4] B. Popović, Elektromagnetika, Građevinska knjiga, Beograd, 1980.
- [5] B. Popović, Osnovi elektrotehnike 2, Građevinska knjiga, Beograd, 1978.
- [6] D. Stanković, Fizičko-tehnička merenja, Zavod za grafičku tehniku Tehnološko-metalurškog fakulteta, Beograd, 1997.
- [7] Labview, Tutorial Manual, National Instruments Corporation, 3/1-3/26, 4/1-4/25, 5/1-5/17, January, 1996.
- [8] Labview, User Manual, National Instruments Corporation, 20/1-20/10, January, 1996.
- [9] Labview, Alalysis VI Reference Manual , National Instruments Corporation, 9/2-9/22, January, 1996.
- [10] E.S. Poliščuk, Merni pretvarači, izdanje na ruskom jeziku - Kijev, 1981
- [11] S. Milić, I. Lukić, S. Milosavljević, "Jedna primena računara u određivanju momenta inercije elektromotornog pogona", Informacione tehnologije - IT '96, Žabljak, 1996.
- [12] S. Milić, S. Mikičić, "Automatizacija postupka određivanja momenta inercije elektromotornog pogona", XL Konferencija - ETRAN, 685-687, Budva, 1996.

Abstract: This paper presents computer usage for the calculation of size, current and horizontal component of magnetic induction in Helmholtz coils. For the programming purposes, a mathematical model of Helmholtz coils is developed.

THE COMPUTER USAGE IN REALIZATION OF HELMHOLTZ COILS

Saša Milić

